



The Effectiveness of the Pre-School Education Program on the Development of Mathematical Thinking Skills and Academic Progress in the Mathematics among the First Grade Primary School Students

Sadegh Moradi¹, Kiumars Azizmalayeri^{1*}, Mohammad Sharif Taherpour¹

¹ Department of Educational Sciences Faculty of Literature and Human sciences, Malayer University, Malayer, Iran.

* **Corresponding Author:** k_azizmalayeri@yahoo.com

Received: 2026-03-16

Accepted: 2026-05-10

Publication: 2026-05-22

Abstract

Background and Aim: The present study was conducted to investigate the effectiveness of a preschool education program on the development of mathematical thinking skills and academic achievement in mathematics among first-grade elementary school students. **Methods:** The study employed a causal-comparative research design. The statistical population consisted of first-grade elementary school students in Eslamabad-e Gharb County during the 2023–2024 academic year. The sample included two groups (30 students each), one of which had attended preschool while the other had not. Due to the limited number of students who had not attended preschool, this group was selected using convenience sampling, whereas the group that had attended preschool was selected randomly and matched with the first group. Data were collected using the KeyMath Mathematical Thinking Skills Questionnaire and a researcher-made mathematics academic achievement test. The research hypotheses were tested using multivariate analysis of variance (MANOVA). **Results:** The findings indicated significant differences between the mean scores of the two groups on the counting, addition, and subtraction subscales of the mathematical thinking skills test, as well as on mathematics academic achievement. In other words, students who had attended preschool demonstrated higher performance. However, no significant difference was observed between the two groups on the estimation subscale. **Conclusion:** Therefore, it is recommended that the importance of preschool education for parents of children in preschool ages be emphasized through educational workshops.

Keywords: Educational progress, First Grade, Mathematical thinking skills, Preschool

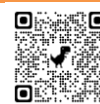
© 2019 Journal of New Approach to Children's Education (JNACE)



This work is published under CC BY-NC 4.0 license.

© 2022 The Authors.

How to Cite This Article: Azizmalayeri, K & et al. (2026). The Effectiveness of the Pre-School Education Program on the Development of Mathematical Thinking Skills and Academic Progress in the Mathematics among the First Grade Primary School Students. *JNACE*, 8(1): 163-174.





اثر بخشی برنامه آموزش پیش دبستانی بر رشد مهارت های تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی در بین دانش آموزان پایه اول ابتدایی

صادق مرادی^۱، کیومرث عزیزملایری^{۱*}، محمد شریف طاهرپور^۱

^۱ گروه علوم تربیتی، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران

* نویسنده مسئول: k_azizmalayeri@yahoo.com

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۱۲/۰۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۵/۰۲/۲۰ تاریخ چاپ مقاله: ۱۴۰۵/۰۳/۰۱

چکیده

زمینه و هدف: پژوهش حاضر با هدف بررسی اثربخشی برنامه آموزش پیش دبستانی بر رشد مهارت های تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی در بین دانش آموزان پایه اول ابتدایی انجام شد.

روش پژوهش: روش این تحقیق علی - مقایسه ای بود. جامعه آماری شامل دانش آموزان پایه اول ابتدایی شهرستان اسلام آباد غرب در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ بود. نمونه آماری شامل دو گروه (۳۰ نفره) بود که یکی دوره پیش دبستانی را گذرانده و گروه دیگر این دوره را نگذرانده بود. گروهی که دوره پیش دبستانی را نگذرانده بودند به علت محدودیت تعداد، به روش نمونه گیری در دسترس و گروهی که دوره پیش دبستانی را گذرانده بودند به صورت تصادفی انتخاب و با دانش آموزان گروه اول همتا شدند. داده ها با استفاده از پرسشنامه مهارت های تفکر ریاضی کی مت و آزمون محقق ساخته پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی، جمع آوری شد. فرضیه های پژوهش با استفاده از تحلیل واریانس چند متغیره مورد آزمون قرار گرفتند.

یافته ها: یافته های تحقیق بیانگر آن است که بین میانگین نمرات دو گروه در خرده مقیاس های شمارش، جمع و تفریق از آزمون مهارت های تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی، تفاوت معناداری وجود داشت. یعنی دانش آموزانی که دوره پیش دبستانی را گذرانده بودند، عملکرد بالاتری نشان دادند. اما در خرده مقیاس تخمین، بین دو گروه تفاوت معناداری مشاهده نشد. نتیجه گیری: با نظر به یافته تحقیق، پیشنهاد می گردد، اهمیت دوره پیش دبستانی برای والدین دارای فرزند در سنین قبل از پیش دبستانی، از طریق کارگاه های آموزشی، آموزش داده شود.

واژگان کلیدی: پیشرفت تحصیلی، پایه اول ابتدایی، پیش دبستانی، مهارت های تفکر ریاضی

تمامی حقوق نشر برای فصلنامه رویکردی نو بر آموزش کودکان محفوظ است.

شبیه استناد به این مقاله: مرادی، صادق؛ عزیزملایری، کیومرث؛ شریف طاهرپور محمد. (۱۴۰۵). اثر بخشی برنامه آموزش پیش دبستانی بر رشد مهارت های تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی در بین دانش آموزان پایه اول ابتدایی. فصلنامه رویکردی نو بر آموزش کودکان، ۸(۱): ۱۶۳-۱۷۴.

مقدمه

امروزه ریاضیات به مثابه زبانی برای اندیشیدن است و انتظار می رود به مدد ریاضیات، عموم دانش آموزان چگونه اندیشیدن و بهتر زیستن را بیاموزند. آموزش تفکر ریاضی به کودکان پیش دبستانی، می تواند یک عامل زیربنایی بسیار مؤثر بر

عملکرد ریاضی در پایه های بعدی در دبستان باشد (Pyle, De Luca & Danniels, 2017; Schorr (2000); VanDerHeyden & Burns, 2010; Braak, Lenes, Purpura, Schmitt & Størksen, 2022)، و باعث توسعه استدلال کمی در کودکان می شود (بنی هاشمی امام قیسی، عزیزاده، قائدامینی هارونی، احمدی،؛ پورمحمدرضا تجریشی،

۱۴۰۱). مفاهیم ریاضی مورد تأکید در آموزش پیش‌دبستانی را به شکل‌های هندسی، مرتب و طبقه‌بندی کردن، الگوها، عدد و شمارش، زمان، اندازه‌گیری، تقویم و عددنویسی دسته‌بندی نموده‌اند (هادی‌زاده، مهدوی و داودآبادی، ۱۳۹۳).

آموزش تفکر ریاضی برای کودکان پیش‌دبستانی مهم و حیاتی است. مربیان پیش‌دبستانی نیز، نگرش مثبتی نسبت به آموزش ریاضی دارند، از نظر آن‌ها تفکر ریاضی با مهارت حل مسئله، به‌عنوان یک مهارت تفکر سطح بالا، در ارتباط است (Sumpter, 2019; Pollarolo, Skarstein, Størksen & Kucirkova, 2023). مهم‌ترین ارزش توسعه تفکر ریاضی، کمک به دانش‌آموزان برای، تبدیل‌شدن به متفکران ریاضی در مقابل انجام دهندگان یا مسئله حل‌کن‌های صرف است (زینی ووندنژاد، ۱۳۹۴). برخی از توصیف‌ها از تفکر ریاضی بر روش‌های حل مسئله و برخی دیگر، بر توسعه درک مفهومی ریاضی تمرکز دارند (Watson, 2001). تفکر ریاضی را به‌کارگیری فرآیندهای تفکر مانند: تعمیم دادن، انتزاع، نمادسازی، برقراری ارتباط ریاضی، دسته‌بندی، حل مسئله و خلاقیت در ریاضیات تعریف کرده‌اند (Skemp, 2002). تفکر ریاضی انگیزه پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان در ریاضیات را افزایش داده (Elsayed & Nasef, 2021)، و باعث درگیرکردن فرد با خود، محیط و موضوع آموزشی می‌شود. بر این اساس، Skarstein & Ugelstad (2020)، بر استفاده از فرصت‌های یادگیری در فضای باز برای یادگیری تفکر ریاضی در دوره کودکی تأکید دارند. غفلت از تفکر ریاضی، پیشرفت در درس ریاضی را دچار ضعف فراوان می‌کند و این مسئله نه تنها مقطع ابتدایی بلکه مقاطع دیگر آموزشی را نیز در برمی‌گیرد (Dubinsky, 1991). در اغلب دانش‌آموزانی که در درس ریاضی ناموفق‌اند، تفکر ریاضی، توسعه نیافته است (زینی ووندنژاد، ۱۳۹۴). همچنین، مهارت‌های تفکر ریاضی، قدرت پیش‌بینی قوی شایستگی‌های ریاضی (شیرانی بیدآبادی، نصر اصفهانی، میرشاه جعفری، عابدی، ۱۳۹۶)، و حتی مهارت‌های خواندن بعدی را، دارند (Braak et al, 2022).

از دلایل اهمیت آموزش تفکر ریاضی، این است که: باعث شکل‌گیری ایده‌های منطقی حل مسئله شده (محمدزاده چپانه، سلطانزاده، دهباشی شریف، کرامتی، ۱۳۹۹)، و پایه مهمی برای یادگیری ریاضیات و دیگر محتوای علمی فراهم می‌کند. همچنین، باعث کاهش شکاف در تفاوت‌های فردی اولیه و کاهش خطر مشکلات یادگیری ریاضی در کودکان می‌شود (Baroody, Clements & Sarama, 2019). شرط تأثیرگذار بودن آموزش مهارت‌های تفکر ریاضی به کودکان، جذاب بودن و تناسب با رشد شناختی آنان است (بهرنگی و شاه‌عباسی، ۱۳۹۶، محمودی، محمدی‌آریا، کریم‌زاده، رضاسلطانی، ۱۳۹۷).

علیزاده، ۱۴۰۰). استفاده از روش‌های تدریس مبتنی بر نظریه ساختن‌گرا، آموزش ریاضی را جذاب و بر پیشرفت تحصیلی و یادگیری تفکر ریاضی، تأثیر مثبت دارد (Mrayan, 2014). نظریه‌های اصلی حمایت‌کننده سازنده‌گرایی، همان نظریه‌های پیازه و ویگوتسکی است. سازنده‌گرایی به‌عنوان رویکردی به تدریس و یادگیری، مبتنی بر این فرض است که یادگیری حاصل ساختن ذهن است. این نظریه، بر ساخت دانش توسط دانش‌آموزان به صورت انفرادی یا اجتماعی تأکید دارد. بر اساس این دیدگاه، دانش توسط فرد و از طریق تعامل با محیط، بنا می‌شود. یک معلم سازنده‌گرا در کلاس ریاضیات با طرح پرسش‌های متنوع و جهت‌دار، دانش‌آموزان را به یادگیری معنی‌دار و ساختن دانش ترغیب می‌کند. تدریس در این رویکرد می‌بایست مشارکتی باشد (سلیمانی، احمدی و احقر، ۱۳۹۸).

پیشرفت ریاضی در دوره پیش‌دبستانی و دبستان، به دو مؤلفه ادراک از طریق حواس و پردازش شناختی نیاز دارد (شیرانی بیدآبادی، نصر اصفهانی، میرشاه جعفری، عابدی، ۱۳۹۹). درک روابط عددی، به تجارب حسی کودک و مهارت دست‌ورزی او بستگی دارد (قاسم تبار، مفیدی، محمدی، علی‌زاده؛ قاسم-تبار، ۱۳۹۰). در این راستا آموزش ریاضی در دوره پیش‌دبستان باید کودک‌محور و در قالب بازی‌های کودکانه ارائه شود (Baroody et al, 2019). این آموزش‌ها باید مفاهیم ریاضی را عینی‌سازی نماید. روش‌هایی مانند روش مکاشفه‌ای، روش‌های فعال و بازی‌های یادگیری می‌تواند آموزش مفاهیم ریاضی را ملموس و جذاب نماید (هادی‌زاده و همکاران، ۱۳۹۳). روش بازی در فرایند آموزش برای کودکان جذاب و تأثیرگذار است. در جریان بازی کودکان بدن، ذهن و زبان‌شان را هم‌زمان بکار می‌گیرند (شاکری و فتحی، ۱۴۰۱). این‌گونه آموزش‌ها، تفکر و دانش ریاضی را تقویت و مهارت‌های غیر علمی را حمایت می‌کند (Sachdeva & Eggen, 2021).

پژوهش‌های انجام‌گرفته در این زمینه، یافته‌هایی را عرضه کرده‌اند. در ارتباط با آموزش مبتنی بر نظریه‌های ساختن‌گرا، نتایج پژوهش عباس‌پور و فرامرزی (۱۴۰۱)، نشان داد که آموزش شناختی مبتنی بر رویکرد پیازه به‌طور قابل‌توجهی، موجب بهبود عملکرد ریاضی در کودکان با اختلال یادگیری خاص در ریاضی می‌شود. همچنین، نتایج پژوهش (سلیمانی و همکاران، ۱۳۹۸)، نشان داد که آموزش با رویکرد ساختن‌گرایی بر یادگیری و یادداری و پیشرفت تحصیلی و تفکر ریاضی دانش‌آموزان مؤثر است. نتایج پژوهش عسگری، رستمی مالخلیفه، شاهورانی، کریمی (۱۳۹۰)، نشان داد که روش‌های تدریس مبتنی بر نظریه سازنده‌گرا در یادگیری دانش و مفاهیم ریاضی، مهارت حل مسئله و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان

نقش برنامه پیش‌دبستانی در رشد مهارت‌های تفکر ریاضی (شمارش، جمع، تفریق و تخمین) و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی در درس ریاضی چیست؟ نتایج این پژوهش می‌تواند اهمیت نقش آموزش‌های پیش‌دبستانی را در پرورش تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی ریاضی کودکان در دبستان، برای برنامه‌ریزان نظام آموزش و پرورش، تدوین‌کنندگان برنامه‌درسی و خانواده‌ها روشن کند و ضرورت گذراندن این دوره را تصریح نماید.

فرضیه‌های پژوهش

- فرضیه اصلی

برنامه آموزش پیش‌دبستانی بر رشد مهارت‌های تفکر ریاضی (شمارش، جمع، تفریق، تخمین) و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی تأثیر دارد.

- فرضیه‌های ویژه

- برنامه آموزش پیش‌دبستانی بر رشد مهارت‌های تفکر ریاضی (شمارش، جمع، تفریق، تخمین) دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی تأثیر دارد.

- برنامه آموزش پیش‌دبستانی بر پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی تأثیر دارد.

روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از نظر روش، علی - مقایسه‌ای یا پس‌رویدادی است. جامعه مورد مطالعه شامل کلیه دانش‌آموزان پایه اول مدارس ابتدایی شهرستان اسلام‌آباد غرب در سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ بود. دلیل انتخاب پایه اول ابتدایی، شکل‌گیری پایه‌های یادگیری ریاضی در سال‌های اولیه آموزشی و فاصله زمانی اندک با اتمام دوره پیش‌دبستانی بود. در این راستا دو گروه (۳۰ نفره) که یکی دوره پیش‌دبستانی را گذرانده و گروه دیگر این دوره را نگذرانده بودند، از جامعه مورد پژوهش با روش نمونه‌گیری در دسترس و همسازی انتخاب گردید. علت استفاده از روش در دسترس تعداد محدود دانش‌آموزانی بود که دوره پیش‌دبستانی را نگذرانده بودند. به این ترتیب که با مراجعه به مدارس ابتدایی، دانش‌آموزان پایه اول که دوره پیش‌دبستانی را نگذرانده بودند، شناسایی (نمونه‌گیری در دسترس)، سپس از بین همکلاسی‌های آن‌ها دانش‌آموزانی که از نظر سن و جنسیت با آن‌ها هم‌تا شده بودند، مشخص و از بین آن‌ها یکی به صورت تصادفی انتخاب شد. در هر دو گروه نیمی از دانش‌آموزان دختر و نیم دیگر پسر بودند. سپس، دانش‌آموزان دو گروه در آزمون تفکر ریاضی کی‌مت^۱ (خرده مقیاس‌های شمارش، جمع، تفریق

دوره راهنمایی در درس ریاضی، اثربخش‌تر از روش تدریس سنتی است. همچنین نتایج پژوهش آریافر (۱۳۸۲)، نشان داد که بین تحول شناختی در آزمون‌های شناختی پیازه و عملکرد کودکان دوره ابتدایی در ریاضی رابطه مثبت و معنادار وجود دارد. همچنین نتایج پژوهش نشان داد که بسیاری از دانش‌آموزان پایه پنجم مرحله عملیات منطقی عینی را پشت‌سر نگذاشته و فاقد ابزار لازم جهت رسیدن به دوره عملیات انتزاعی می‌باشند.

نتایج پژوهش عنایتی خرزوقی (۱۴۰۰)، نشان داد که آموزش ریاضی به کمک راهبرد حل مسائل بازپاسخ، بر تفکر و نگرش ریاضی دانش‌آموزان، تأثیر معنی‌داری دارد. یافته‌های پژوهش (علیزاده، ۱۴۰۰، شیرانی بیدآبادی و همکاران، ۱۳۹۹)، نشان داد که بازی یادگیری و آموزش عملی ریاضی بر پیشرفت تحصیلی و شایستگی در ریاضی دانش‌آموزان پایه اول و کودکان پیش‌دبستانی تأثیر مثبت دارد. همچنین، برنامه آموزش تفکر ریاضی بر ارتقاء مهارت حل مسئله (ملک‌زاده، حجازی، تلخایی، نقش، ۱۳۹۹)، و بهبود عملکرد ریاضی (رضا پور میرصالح، دلاوری، سلیمانی، ۱۳۹۵)، کودکان پیش‌دبستانی و دبستان تأثیر معنی‌دار دارد. نتایج پژوهش قاسمی، درتاج، سعدی پور، دلاور، سربابی (۱۳۹۶)، با هدف بررسی اثربخشی آموزش حس عدد بر بهبود مهارت‌های عددی کودکان پیش از دبستان در خطر مشکلات ریاضی، حاکی از اثربخشی آموزش مؤلفه‌های شمارش، عملیات و دانش عدد بود. همچنین، برنامه آموزش تفکر ریاضی تأثیرات مثبتی در ایجاد انگیزه پیشرفت تحصیلی در ریاضی داشته است (Elsayed & Nasef, 2021). پژوهش Dumas, McNeish, Sarama & Clements, 2019; Morgan, Farkas & Wu, 2009; Pyle & DeLuca, 2016; Schorr, 2000; Nguyen, Watts, (Duncan, Clements, Sarama, Wolfe & Spitler, 2016)، حاکی از تأثیر توانایی ریاضی کودکان پیش‌دبستانی در پیش‌بینی پیشرفت در ریاضی دوران دبستان است. پژوهش Dyson, Jordan & Glutting (2011)، بر استفاده از روش بازی در یادگیری مفهوم عدد نزد کودکان پیش‌دبستانی تأکید دارند.

با توجه به اهمیت آموزش ریاضی در دوره پیش‌دبستانی و تأثیر آن در یادگیری ریاضی در سال‌های بعد و وضعیت نامناسب رتبه ایران در آزمون جهانی تیمز در سال ۲۰۱۹ (Mullis, Martin, Foy, Kelly & Fishbein, 2020)، و ضعف پژوهش در این زمینه، ضروری است تأثیر آموزش ریاضی در دوره پیش‌دبستانی بر مهارت‌های تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در ریاضی دانش‌آموزان پایه اول دبستان مورد بررسی قرارگیرد. اهمیت تأکید بر پایه اول به این دلیل است که تأثیر یادگیری‌های این پایه بر یادگیری در سال‌های آتی تحصیل در دوره ابتدایی پایدار است. این پژوهش به دنبال پاسخ‌گویی به این سؤال است که

و تخمین) و آزمون محقق ساخته پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی پایه اول ابتدایی شرکت نمودند. علت انتخاب خرده مقیاس‌های فوق دیدگاه، معلمان پایه اول درباره میزان توانایی دانش‌آموزان در تفکر ریاضی در این سن بود.

آزمون تفکر ریاضی کی‌مت توسط Cornoly, Nachtmann & Pritchett (1976) ساخته شد. این آزمون از لحاظ گستردگی و توالی شامل سه بخش مفاهیم اساسی (سه خرده آزمون شمارش، اعداد گویا و هندسه)، عملیات (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و محاسبه‌ی ذهنی) و کاربرد (اندازه‌گیری، زمان، پول، تخمین، تفسیر داده‌ها و حل مسئله) می‌باشد که از اهمیت آموزشی یکسانی برخوردارند. این بخش‌ها در مجموع به سیزده خرده آزمون تقسیم می‌شوند. هر بخش به سه یا

چهار حیطه تقسیم می‌شود و در شناسایی دانش‌آموزان در حوزه‌های مختلف ریاضی، نشان دادن اثرات آموزش ریاضی در یک برنامه ترمیمی یا ویژه و ارزشیابی از برنامه‌های آموزشی کاربرد دارد (محمد اسماعیل و هومن، ۱۳۸۱). تفکر ریاضی شامل فرایندهای تفکر مانند تعمیم‌دادن، انتزاع، نمادسازی، برقراری ارتباط ریاضی، دسته‌بندی، حل مسئله، خلاقیت و غیره می‌شود (رضایپور میر صالح و همکاران، ۱۳۹۵)، که این فرایندها در قالب چهار خرده آزمون: شمارش، جمع، تفریق و تخمین تقسیم‌بندی می‌شوند. روایی آزمون مهارت‌های تفکر ریاضی کی‌مت از طریق روایی محتوا، روایی تفکیکی، همگرا، و روایی پیش‌بین، مورد بررسی قرار گرفته است که نشان‌دهنده روایی قابل قبول بوده

است. اعتبار کل این آزمون در پنج پایه دبستان با روش مبتنی بر تئوری سؤال-پاسخ بین ۰/۸۰ تا ۰/۸۴ به دست آمده است (محمد اسماعیل و هومن، ۱۳۸۱). با توجه به پایه تحصیلی دانش‌آموزان در این پژوهش از چهار خرده آزمون: شمارش، جمع، تفریق و تخمین استفاده شد. پایایی این پرسشنامه در این پژوهش برای چهار خرده آزمون فوق با روش آلفای کرونباخ^۲ ۰/۸۱ به دست آمد.

آزمون محقق ساخته پیشرفت تحصیلی با توجه به محتوای کتاب ریاضی پایه اول دبستان با سطح دشواری مناسب طراحی شد. این آزمون شامل ۴ خرده آزمون شمارش، جمع، تفریق و تخمین بود. برای طراحی آزمون از دیدگاه‌های ۵ معلم با تجربه در پایه اول دبستان استفاده شد و روایی محتوایی سؤالات آزمون به تأیید پنج کارشناس خبره در زمینه مورد پژوهش، رسید. برای محاسبه پایایی پرسشنامه، روش آلفای کرونباخ بکار برده شد که نتایج، ضریب آلفای ۰/۸۷ را نشان داد. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها در بخش توصیفی از میانگین، فراوانی و انحراف استاندارد و در بخش استنباطی از آزمون لون^۳ برای همسانی واریانس‌ها و از آزمون تحلیل واریانس چندمتغیری (مانوا)^۴ جهت آزمون فرضیه‌ها استفاده شد.

یافته‌های پژوهش

یافته‌های توصیفی نشان داد که در هر دو گروه با و بدون تجربه پیش‌دستانی نیمی از دانش‌آموزان دختر و نیم دیگر پسر بودند.

جدول ۱: میانگین و انحراف استاندارد متغیرهای وابسته در دو گروه دانش‌آموزان با و بدون تجربه پیش‌دستانی

متغیر		دانش‌آموزان با تجربه پیش‌دستانی				دانش‌آموزان بدون تجربه پیش‌دستانی			
		M	SD	چولگی	کشیدگی	M	SD	چولگی	کشیدگی
مفاهیم ریاضی	شمارش	۳/۱۶	۱/۰۲	۰/۰۶۲	-۰/۴۸۵	۲/۵۷	۰/۸۶	۰/۳۰۵	-۰/۶۱
عملیات ریاضی	جمع	۳/۰	۱/۰۳	-۰/۳۹	-۱/۰۵	۲/۲۶	۰/۸۳	۱/۰۱	۰/۷۱
	تفریق	۳/۴۰	۰/۷۷	۰/۱۲	-۰/۱۵۲	۲/۴۷	۱/۰۱	۰/۶۴	-۰/۰۷
کاربرد ریاضی	تخمین	۲/۳۳	۰/۷۱۱	۰/۰۲۳	-۰/۰۹	۲/۲۰	۰/۵۵	۰/۱۱	۰/۰۹
پیشرفت تحصیلی در ریاضی		۱۵/۱۰	۱/۶۷	-۰/۶۵	۱/۷۲	۱۳/۹۳	۱/۸۲	۰/۲۹	-۰/۰۸

میانگین گروه با تجربه پیش‌دستانی بالاتر بود. در آزمون پیشرفت تحصیلی در ریاضی نیز میانگین گروه با تجربه پیش‌دستانی (۱۵/۱۰) و گروه بدون تجربه پیش‌دستانی (۱۳/۹۳) بود.

با توجه به نرمال بودن توزیع داده‌ها برای آزمون فرضیه‌ها از آزمون آماری تحلیل واریانس چندمتغیری (مانوا) استفاده شد. قبل از اجرای تحلیل واریانس چندمتغیره، آزمون باکس برای بررسی شرط همگنی ماتریس‌های واریانس-کواریانس استفاده

جدول ۱، میانگین، انحراف معیار و همچنین میزان چولگی و کشیدگی را نشان می‌دهد. میزان چولگی و کشیدگی که بین ۲- تا ۲+ است حاکی از آن است که توزیع داده‌های همه متغیرها در هر دو گروه نرمال بوده است. اطلاعات جدول ۱ نشان می‌دهد که بیشترین میانگین در مهارت‌های تفکر ریاضی برای دانش‌آموزان دارای تجربه پیش‌دستانی در عملیات ریاضی (تفریق) با میانگین ۳/۴۰ و برای دانش‌آموزان بدون تجربه پیش‌دستانی در مفاهیم ریاضی (شمارش) با میانگین ۲/۵۷ است. به طور کلی در کلیه مهارت‌های تفکر ریاضی که مورد آزمون قرار گرفت،

شد که نتایج نشان داد شرط همگنی ماتریس‌های واریانس-جدول ۲: نتایج آزمون‌های چهارگانه مانوا جهت مشخص نمودن تفاوت متغیرهای وابسته در دو گروه را نشان می‌دهد. کواریانس برقرار است.

جدول ۲: نتایج آزمون‌های چهارگانه مانوا

اثر	آزمون	ارزش	F	df فرضیه	df خطا	P	اندازه اثر	توان آزمون
گروه	آزمون اثر پیلایی	۰/۲۴۷	۳/۵۵	۵	۵۴	۰/۰۰۱	۰/۲۵	۰/۸۹
	آزمون لامبدای ویکلز	۰/۷۵۳	۳/۵۵	۵	۵۴	۰/۰۰۱	۰/۲۵	۰/۸۹
	آزمون اثر هتلینگ	۰/۸۲۳	۳/۵۵	۵	۵۴	۰/۰۰۱	۰/۲۵	۰/۸۹
	آزمون بزرگ‌ترین ریشه‌روی	۰/۳۲۸	۳/۵۵	۵	۵۴	۰/۰۰۱	۰/۲۵	۰/۸۹

با توجه به سطح معنی‌داری به‌دست‌آمده از آزمون‌های چهارگانه مانوا، اطلاعات جدول ۲ نشان می‌دهد که تفاوت بین سطوح متغیرهای مستقل در ترکیب خطی متغیرهای وابسته معنی‌دار است (لامبدای ویکلز=۳/۵۵؛ $p=0/001$). همچنین نتایج آزمون لون برای بررسی شرط برابری واریانس‌ها، نشان داد که واریانس‌های خرده مقیاس‌ها تفاوت معنی‌داری با یکدیگر ندارند و شرط برابری واریانس‌ها رعایت شده است.

جدول ۳: نتایج تحلیل واریانس چندمتغیری (مانوا) برای مقایسه خرده مقیاس‌های آزمون تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در ریاضی دو گروه دانش‌آموزان با و بدون تجربه آموزش پیش‌دبستانی

منبع	متغیر	مجموع مجزورات	Df	میانگین مجزورات	F	P	اندازه اثر	توان آزمون
گروه	شمارش	۵/۴۰	۱	۵/۴۰	۶/۰۸	۰/۰۲	۰/۰۹	۰/۶۸
	جمع	۱۰/۴۲	۱	۱۰/۴۲	۱۱/۹۵	۰/۰۰۱	۰/۱۷	۰/۹۲
	تفریق	۱۳/۰۷	۱	۱۳/۰۷	۱۶/۲۴	۰/۰۰۱	۰/۲۲	۰/۹۸
	تخمین	۲۶۷	۱	۲۶۷	۰/۶۵۹	۰/۴۲	۰/۰۱	۰/۱۳
	پیشرفت ریاضی	۲۰/۴۲	۱	۲۰/۴۲	۶/۷۱	۰/۰۱	۰/۱۰	۰/۷۲

تفکر ریاضی، فقط از خرده‌مقیاس‌های شمارش، جمع، تفریق و تخمین استفاده شد. برای رسیدن به این هدف، ۲ فرضیه در ارتباط با مهارت‌های تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی طرحی شد.

فرضیه اول پژوهش، حاکی از تأثیر برنامه آموزش پیش‌دبستانی بر رشد مهارت‌های تفکر ریاضی (شمارش، جمع، تفریق و تخمین)، در دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی بود. طبق نتایج تحلیل واریانس چندمتغیره، تفاوت بین دو گروه معنادار بود. میانگین مفاهیم ریاضی (شمارش)، و عملیات ریاضی (جمع و تفریق)، در دانش‌آموزان دارای تجربه آموزش پیش‌دبستانی بیشتر بود. بر این اساس، فرضیه اول پژوهش تأیید شد، اما بین دو گروه در مهارت کاربرد ریاضی (تخمین)، تفاوت معنادار مشاهده نشد. این نتیجه در راستای یافته‌های شیرانی بیدآبادی و همکاران (۱۳۹۹)، قرار داشت که نشان دادند، آموزش عملی ریاضی در دوران پیش‌دبستانی، بر شایستگی ریاضی و رفتارهای یادگیری کودکان تأثیر معنادار دارد. همچنین، هماهنگ با یافته‌های پژوهش Nguyen et al (2016)، بود که نشان داد توانایی شمارش زود هنگام در دوران پیش‌دبستانی، قوی‌ترین پیش‌بینی-

همان‌طور که اطلاعات جدول ۳ نشان می‌دهد، بین دانش‌آموزان دو گروه در شمارش ($F = 5/40, P < 0/02$)، جمع ($F = 11/95, P < 0/001$)، تفریق ($F = 16/24, P < 0/001$) تفاوت معنادار مشاهده می‌شود، اما بین دو گروه در خرده آزمون تخمین، تفاوت معنادار مشاهده نشد. همچنین، بین دانش‌آموزان دو گروه در پیشرفت تحصیلی در ریاضی ($F = 6/71, P < 0/01$) تفاوت معنادار مشاهده شد. بر اساس نتایج جدول ۲ (جدول میانگین‌ها)، میانگین پیشرفت تحصیلی ریاضی در دانش‌آموزان دارای تجربه آموزش پیش‌دبستانی (۱۵/۱۰) بیشتر از دانش‌آموزان بدون تجربه آموزش پیش‌دبستانی (۱۳/۹۳) است.

بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر باهدف بررسی اثربخشی برنامه آموزش پیش-دبستانی بر رشد مهارت‌های تفکر ریاضی و پیشرفت تحصیلی در ریاضی دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی، به روش علی - مقایسه‌ای انجام شد. داده‌ها با استفاده از پرسشنامه مهارت‌های تفکر ریاضی کی‌مت و آزمون محقق‌ساخته پیشرفت تحصیلی در ریاضی، جمع‌آوری و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در آزمون

کننده پیشرفت ریاضی در دوره ابتدایی است. نتایج پژوهش عنايتی خرزوقی (۱۴۰۰)، نشان داد که آموزش ریاضی به کمک راهبرد حل مسئله بر بهبود مهارت‌های تفکر ریاضی و نگرش ریاضی دانش‌آموزان تأثیر معناداری دارد. در این راستا نتایج پژوهش قاسمی و همکاران (۱۳۹۶)، حاکی از اثربخشی آموزش حس عدد، بر بهبود مهارت‌های عددی کودکان پیش‌دبستانی در پس‌آزمون مؤلفه‌های شمارش، عملیات و دانش عدد بود.

در تبیین این یافته می‌توان گفت که آموزش‌های پیش‌دبستانی با فراهم کردن تجربه‌های عینی و ساختاریافته در مفاهیم پایه ریاضی، زمینه رشد مهارت‌های اولیه عددی و تفکر ریاضی را فراهم می‌کند. کودکانی که پیش از ورود به دبستان در فعالیت‌هایی مانند شمارش، طبقه‌بندی، بازی‌های عددی و دست‌ورزی با مفاهیم ریاضی مشارکت دارند، درک بهتری از مفهوم عدد و عملیات پایه پیدا می‌کنند و در سال‌های آغازین دبستان عملکرد بهتری در شمارش، جمع و تفریق نشان می‌دهند. پژوهش‌ها نیز نشان داده‌اند که مهارت‌های اولیه عددی و کیفیت تجربه‌های یادگیری در دوره پیش‌دبستانی، از مهم‌ترین پیش‌بینی‌کننده‌های موفقیت ریاضی در سال‌های بعدی تحصیل هستند (Purpura, Napoli, Wehrspann & Gold, 2017). همچنین، آموزش ریاضی در این دوره عمدتاً مبتنی بر روش‌های بازی‌محور، عینی و تعاملی است که موجب تعمیق یادگیری و پایداری مفاهیم می‌شود. بر این اساس، تجربه فعالیت‌های غنی ریاضی می‌تواند پردازش عددی، حافظه کاری و استدلال کمی کودکان را تقویت کند (Mulligan & Mitchelmore, 2013; Clements & Sarama, 2020).

در مقابل، معنادار نبودن تفاوت دو گروه در مهارت تخمین را می‌توان به ماهیت پیچیده‌تر این مهارت به دلیل کیفی بودن آن نسبت داد. توانایی تخمین وابسته معیارهای استناد شخصی به کار رفته توسط دانش‌آموز است. این در حالی است که نتایج پژوهش‌ها نشان می‌دهد که اغلب دانش‌آموزان معیارهای مورد استناد شخصی که خارج از کتابهای ریاضی مدرسه‌ای در آنها شکل گرفته و از دقت کمتری برخوردارند، استفاده می‌کنند. افزون بر این، در برنامه‌های پیش‌دبستانی بیشتر بر شمارش و عملیات ساده تأکید می‌شود و آموزش مستقیم مهارت تخمین کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد (گویا و قدکساز خسروشاهی، ۱۳۸۸). همچنان با توجه به این که دانش‌آموزان پایه اول در آغاز مرحله عملیات منطقی عینی از نظر پیاژه قرار دارند، ممکن است هنوز به سطح رشد شناختی لازم برای بروز تفاوت معنادار در این مهارت نرسیده باشند (Schneider, Grabner & Paetsch, 2009).

فرضیه دوم پژوهش، حاکی از تأثیر برنامه آموزش پیش‌دبستانی بر پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی بود.

نتایج تحلیل واریانس نشان داد میانگین پیشرفت تحصیلی ریاضی در دانش‌آموزانی که تجربه آموزش پیش‌دبستانی داشتند، به‌طور معناداری بیشتر از دانش‌آموزان فاقد این تجربه بود. این یافته با نتایج پژوهش‌هایی همسو است که آموزش پیش‌دبستانی را عاملی مؤثر در رشد مهارت‌های ریاضی، عملکرد ریاضی و پیش‌بینی‌کننده پیشرفت تحصیلی در دوره ابتدایی معرفی کرده‌اند (VanDerHeyden & Burns, 2010؛ روحی و هاشجین، ۱۳۹۰؛ شیرانی و همکاران، ۱۳۹۶؛ شیرانی بیدآبادی و همکاران، ۱۳۹۹؛ Nguyen et al, 2019; Dumas et al, 2016). همچنین، پژوهش (Elsayed & Nasef, 2021)، نشان داد که آموزش‌های پیش‌دبستانی می‌تواند انگیزه پیشرفت تحصیلی در ریاضی را نیز تقویت کند.

در تبیین این یافته می‌توان گفت که آموزش پیش‌دبستانی از طریق فراهم کردن محیط‌های یادگیری غنی، فرصت رشد مهارت‌های شناختی و پیش‌نیازهای یادگیری ریاضی را در کودکان تقویت می‌کند. کودکانی که پیش از ورود به دبستان در فعالیت‌های مبتنی بر بازی، تعامل، حل مسئله و تجربه‌های عملی ریاضی شرکت می‌کنند، درک بهتری از مفاهیم عددی، الگوها و روابط کمی به دست می‌آورند و این امر می‌تواند به عملکرد تحصیلی بهتر آنان در درس ریاضی منجر شود. پژوهش‌های جدید نشان داده‌اند که آموزش‌های اولیه باکیفیت، علاوه بر رشد مهارت‌های عددی، موجب تقویت کارکردهای اجرایی مانند توجه، کنترل شناختی و حافظه کاری می‌شود که نقش مهمی در موفقیت تحصیلی ریاضی دارند (Nesbitt, Fuhs & Farran, 2019; McClelland, John Geldhof, Cameron & Wanless, 2015). همچنین، تعامل فعال کودکان با فعالیت‌های ریاضی در دوره پیش‌دبستانی می‌تواند نگرش مثبت‌تر، اعتمادبه‌نفس بیشتر و اضطراب کمتر نسبت به یادگیری ریاضی ایجاد کند و از این طریق پیشرفت تحصیلی آنان را تسهیل نماید (Hornburg, Schmitt, Purpura, 2018). بنابراین، به نظر می‌رسد تجربه آموزش پیش‌دبستانی، با تقویت هم‌زمان توانایی‌های شناختی و انگیزشی، زمینه موفقیت بیشتر دانش‌آموزان در ریاضی دوره ابتدایی را فراهم می‌کند.

از محدودیت‌های پژوهش حاضر این که جامعه مورد مطالعه، محدود به دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی بود و باید از تعمیم نتایج آن به سایر پایه‌های این مقطع امتناع شود. مقطعی بودن مطالعه، یکی دیگر از محدودیت‌های این پژوهش بود. اگر پژوهشی مشابه به‌صورت طولی دانش‌آموزان را از دوره پیش‌دبستانی تا پایان دوره ابتدایی موردبررسی قرار دهد، احتمالاً یافته‌های متفاوت‌تری به دست آورد.

از محدودیت‌های دیگر این پژوهش، عدم سنجش و تحلیل استاندارد سطح دشواری سؤالات ریاضی بود؛ بنابراین پیشنهاد

واژه نامه

1. Kemath ۱. کی مت
2. Cronbach's alpha ۲. آلفای کرونباخ
3. Levene ۳. آزمون لون
4. Multivariate Analysis of Variance(MANOVA) ۴. آزمون تحلیل واریانس چندمتغیری

منابع فارسی

- آریافر، زبیده. (۱۳۸۲). تحول شناختی و عملکرد ریاضی دانش آموزان دبستانی. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۵(۲)، ۱۳۸-۱۲۳.
- بهرنگی، محمدرضا؛ شاهعباسی، مونا. (۱۳۹۶). بررسی تأثیر تلفیق طرح و رنگ در الگوی مدیریت آموزش بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان پایه سوم دبستان. مدیریت بر آموزش سازمان‌ها، ۶(۲)، ۵۸-۳۵.
- بنی‌هاشمی‌امام قیسی، سیده فاطمه؛ علیزاده، حمید؛ قائدآمین‌هارونی، غلامرضا؛ احمدی، احمد؛ پورمحمدضا تجربی، معصومه. (۱۴۰۱). تأثیر برنامه‌های مهارت‌های پایه بر استدلال کمی، عملکرد ریاضی و حافظه فعال در کودکان پیش‌دبستانی. مجله سلامت و آموزش در دوران کودکی، ۳(۲۳)، ۵۶-۳۳.
- رضاپور میرصالح، یاسر؛ دلاوری، مهدی؛ سلیمانی، مجید. (۱۳۹۵). اثربخشی آموزش تفکر ریاضی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پسر پایه دوم ابتدایی. پژوهش در نظام‌های آموزشی، ۳۵، ۱۸۶-۱۶۳.
- روحی، افشین و هاشمین، علی بهنام. (۱۳۹۰). تأثیر آموزش‌های پیش‌دبستانی بر رشد مهارت‌های شفاهی دانش‌آموزان آذری زبان در پایه اول ابتدایی. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۳۹(۱۰)، ۲۵-۵۰.
- زینی وند نژاد، فرشته (۱۳۹۴). تبیین مفهومی تفکر ریاضی: چپستی، چرایی و چگونگی. دوفصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی، ۶(۲۱)، ۱۵۳-۱۷۲.
- سلیمانی، شهناز؛ احمدی، امینه؛ احقر، قدسی. (۱۳۹۸). اثربخشی آموزش با رویکرد ساختن‌گرایی شناختی بر یادگیری، یادداری دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی در درس ریاضی. پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی، ۱(۲۵)، ۳۴-۲۵.
- شاکری، سوسن؛ فتحی، محمدرضا. (۱۴۰۱). نقش بازی وارسازی در اثربخشی آموزش در دوره پیش‌دبستانی و دبستانی. مجله بین المللی پژوهش ملل، ۷(۷۷)، ۱۶۷-۱۴۹.
- شیرانی بیدآبادی، ناهید؛ نصرافهانی، احمدرضا؛ میرشاه جعفری، ابراهیم؛ عابدی، احمد. (۱۳۹۹). بررسی اثربخشی آموزش عملی ریاضی در دوران پیش از دبستان بر شایستگی ریاضی و رفتارهای یادگیری کودکان. فصلنامه روانشناسی تربیتی، ۱۶(۵۸)، ۹۳-۷۱.
- شیرانی بیدآبادی، ناهید؛ نصر اصفهانی، احمدرضا؛ میرشاه جعفری، ابراهیم؛ عابدی، احمد. (۱۳۹۶). چگونگی آموزش خلاقیت‌محور

می‌شود در پژوهش‌های آینده، علاوه بر تأیید روایی محتوایی توسط متخصصان، شاخص‌های دشواری و تمیز سؤالات نیز به‌صورت کمی بررسی شوند تا اعتبار نتایج افزایش یابد. محدودیت دیگر، استفاده از نمونه‌گیری در دسترس برای شناسایی دانش‌آموزان فاقد سابقه آموزش پیش‌دبستانی و عدم کنترل برخی متغیرهای زمینه‌ای نظیر وضعیت اقتصادی-اجتماعی خانواده، سطح تحصیلات والدین، توانایی‌های شناختی، آموزش‌های غیررسمی والدین در منزل و حضور در کلاس‌های خصوصی ریاضی بود که می‌تواند بر روایی درونی یافته‌ها تأثیر بگذارد؛ بنابراین پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده با استفاده از روش‌های نمونه‌گیری احتمالی، هم‌تاسازی بر اساس متغیرهای زمینه‌ای بیشتر یا به‌کارگیری روش‌های آماری کنترل‌کننده، نقش آموزش پیش‌دبستانی با دقت بیشتری بررسی شود.

با توجه به تأثیرگذاری آموخته‌های دوره پیش‌دبستانی بر یادگیری دوره دبستان، توصیه می‌شود برنامه ریزان درسی بر مواد و محتوای برنامه درسی این دوره و هماهنگی آن با برنامه درسی پایه اول ابتدایی نظارت لازم را به عمل آورند. به‌عبارت‌دیگر، ارتباط عمودی در سازمان‌دهی محتوای برنامه درسی در این دو پایه تحصیلی رعایت شود. همچنین، آموزش مفاهیم ریاضی در دوره پیش‌دبستانی با استفاده از روش‌هایی مثل روش بازی یادگیری به‌گونه‌ای صورت گیرد که یادگیری جذاب‌تر و مفاهیم در ذهن دانش‌آموز ماندگارتر گردد. در پایان، توصیه می‌شود که اهمیت آموزش پیش‌دبستانی برای خانواده‌ها توجیه و این دوره برای همه کودکان، اجباری شود.

موازین اخلاقی

در این مطالعه اصول اخلاق در پژوهش شامل اخذ رضایت آگاهانه از شرکت‌کنندگان و حفظ اطلاعات محرمانه آنها رعایت گردیده است.

تشکر و قدردانی

پژوهشگران مراتب قدردانی و تشکر خود را از کلیه شرکت‌کنندگان این پژوهش که با استقبال و بردباری، در روند استخراج نتایج همکاری نمودند، اعلام می‌دارند.

تعارض منافع

نویسندگان این مطالعه هیچ گونه تعارض منافی در انجام و نگارش آن ندارند.

هادی‌زاده، مجتبی؛ مهدوی، علی احمد؛ داودآبادی، عصمت. (۱۳۹۳). آموزش ریاضی در دوره پیش‌دبستانی، اولین کنفرانس ملی توسعه پایدار در علوم تربیتی و روانشناسی، مطالعات اجتماعی و فرهنگی. تهران

فهرست منابع

- Abbaspour, A., & Faramarzi, S. (2022). The effect of educational interventions based on Piaget's cognitive approach on mathematics performance of students with specific learning disabilities. *Journal of Cognitive Sciences*, 24(1), 12–27. [Persian]
- Alizadeh, S. (2021). The effect of game-based learning method on academic achievement in mathematics and academic happiness of first-grade elementary students (Master's thesis). University of Tehran, Faculty of Psychology and Educational Sciences. [Persian]
- Ariafar, Z. (2003). Cognitive development and mathematics performance of elementary school students. *Quarterly Journal of Educational Innovations*, 5(2), 123-138. [Persian]
- Askari, S. S., Rostami Malkhalifeh, M., Shahvarani, A., & Karimi, Y. (2011). Effectiveness of constructivism theory in teaching mathematics at middle school level. *Journal of Applied Mathematics*, 8(2), 81–93. [Persian]
- Bahrangi, M. R., & Shahabasi, M. (2017). Investigating the effect of integrating design and color in the educational management model on mathematics learning of third-grade elementary students. *Management of Educational Organizations*, 6(2), 35-58. [Persian]
- Bani Hashemi Emam Qeysi, S. F., Alizadeh, H., Ghaedamini Harouni, G., Ahmadi, A., & Pourmohammadreza Tajrishi, M. (2022). The effect of basic skills programs on quantitative reasoning, mathematics performance and working memory in preschool children. *Journal of Health and Education in Childhood*, 3(2), 33–56. [Persian]
- Baroody, A. J., Clements, D. H., & Sarama, J. (2019). Teaching and learning mathematics in early childhood programs. In C. Brown, M. B. McMullen & N. File (Eds.), *Handbook of Early Childhood Care and Education* (1st ed., pp. 329-353). Hoboken, NJ: Wiley Blackwell Publishing.
- Braak, D. T., Lenes, R., Purpura, D. J., Schmitt, S. A., & Størksen, I. (2022). Why

- ریاضی در مراکز پیش‌دبستانی اصفهان. ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی، ۷(۲)، ۱۸۹–۲۱۶.
- قاسم تبار، سید نبی‌اله؛ مفیدی، فرخنده؛ محمدی، علی‌زاده؛ قاسم‌تبار، سید عبدالله. (۱۳۹۰). تأثیر آموزش موسیقی در مهارت‌های پایه دبستان ریاضی کودکان پیش‌دبستانی. فصلنامه روانشناسی تحولی: روانشناسان ایرانی، ۷(۲۷)، ۲۵۴–۲۴۵.
- قاسمی، مسعود؛ درتاج، فریبرز؛ سعدی پور، اسماعیل؛ دلاور، علی؛ سربای، صدیقه. (۱۳۹۶). اثربخشی آموزش حس عدد بر بهبود مهارت‌های عدد کودکان پیش از دبستان در خطر مشکلات ریاضی. فصلنامه روانشناسی افراد استثنائی، ۷(۲۷)، ۲۹–۱.
- گویا، زهرا؛ قدکساز خسروشاهی، لیلا. (۱۳۸۸). چگونه دانش – آموzan از معیارهای مورد استاد شخصی برای تخمین اندازه استفاده می‌کنند؟ فصلنامه مطالعات برنامه درسی، ۳(۱۰)، ۱۹–۱.
- عباس‌پور، آرش؛ فرامرزی، سالار. (۱۴۰۱). تأثیر مداخلات آموزشی مبتنی بر رویکرد شناختی پیازه بر عملکرد ریاضی دانش‌آموzan با اختلال یادگیری خاص. مجله تازه‌های علوم شناختی، ۲۴(۱)، ۲۷–۱۲.
- عسگری، سیده صدیقه؛ رستمی مالخلیفه، محسن؛ شاهورانی، احمد؛ کریمی، یوسف. (۱۳۹۰). اثربخشی نظریه‌ی سازنده گرایی در تدریس ریاضی دوره‌ی راهنمایی – تحصیلی. مجله ریاضات کاربردی، ۸(۲)، ۹۳–۸۱.
- عنایتی خرزوقی، علیرضا. (۱۴۰۰). بررسی تأثیر آموزش ریاضی به کمک راهبرد حل مسئله بازپاسخ بر تفکر ریاضی دانش‌آموzan. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، موسسه آموزش عالی فن و دانش ساوه، گروه آموزش ریاضی.
- علیزاده، سارا. (۱۴۰۰). تأثیر روش بازی یادگیری بر پیشرفت تحصیلی درس ریاضی و شادکامی تحصیلی دانش‌آموzan پایه اول ابتدایی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تهران، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی.
- محمد اسماعیل، الهه؛ هومن، حیدرعلی. (۱۳۸۱). انطباق و هنجاریابی آزمون ریاضیات کی‌مت ایران. پژوهش در حیطه کودکان استثنائی، ۲(۴)، ۳۳۲–۳۲۲.
- محمدزاده چینه، الهام؛ سلطانزاده، حسین؛ دهباشی شریف؛ کرامتی، غزال. (۱۳۹۹). نقش تفکر ریاضی در ارتقای توانایی دانشجویان معماری در جنبه‌های منطقی طراحی. فناوری آموزش، ۱۴(۳)، ۶۳۸–۶۱۶.
- محمودی، زهره، محمدی‌آریا، علیرضا؛ کریم‌زاده، منصور؛ رضاسلطانی، پوریا. (۱۳۹۷). بررسی تأثیر بازی‌های رایانه‌ای آموزشی بر یادگیری مهارت‌های پایه‌ای ریاضی در کودکان پیش از دبستان شهر کرمان. فصلنامه فناوری اطلاعات و ارتباطات در علوم تربیتی، ۳(۳۱)، ۸۹–۶۵.
- ملک‌زاده، لیدا؛ حجازی، الهه؛ تلخابی، محمود؛ نقش، زهرا. (۱۳۹۹). اثربخشی آموزش تفکر علمی بر مهارت حل مسئله در کودکان پیش‌دبستانی: طراحی و کاربست ابزار جدید حل مسئله. مجله روانشناسی، ۲۴(۳)، ۳۶۶–۳۵۱.

- Goya, Z., & Ghadaksaz Khosroshahi, L. (2009). How do students use personal criteria for estimating size? *Quarterly Journal of Curriculum Studies*, 3(10), 1–19. [Persian]
- Hadizadeh, M., Mahdavi, A. A., & Davoudabadi, E. (2014). Mathematics education in preschool. First National Conference on Sustainable Development in Educational Sciences and Psychology, Social and Cultural Studies, Tehran, Iran. [Persian]
- Hornburg, C. B., Schmitt, S. A., & Purpura, D. J. (2018). Relations between preschoolers' mathematical language understanding and specific numeracy skills. *Journal of experimental child psychology*, 176, 84–100.
- Mahmoudi, Z., Mohammadi Aria, A. R., Karimzadeh, M., & Rezasoltani, P. (2018). Investigating the effect of educational computer games on learning basic mathematics skills in preschool children in Kerman city. *Quarterly Journal of Information and Communication Technology in Educational Sciences*, 3(31), 65–89. [Persian]
- Malekzadeh, L., Hejazi, E., Talkhabi, M., & Naghsh, Z. (2020). Effectiveness of scientific thinking training on problem-solving skills in preschool children: Design and application of a new problem-solving tool. *Journal of Psychology*, 24(3), 351–366. [Persian]
- McClelland, M. M., John Geldhof, G., Cameron, C. E., & Wanless, S. B. (2015). Development and self-regulation. *Handbook of child psychology and developmental science*, pp. 1–43.
- Mohammad Esmaeil, E., & Hooman, H. A. (2002). Adaptation and standardization of the KeyMath mathematics test in Iran. *Research in Exceptional Children*, 2(4), 322–332. [Persian]
- Mohammadzadeh Chiane, E., Soltanzadeh, H., Dehbashi Sharif, & Keramati, G. (2020). The role of mathematical thinking in promoting architecture students' ability in logical aspects of design. *Educational Technology*, 14(3), 616–628. [Persian]
- Morgan, P. L., Farkas, G., & Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42(4), 306–321.
- do early mathematics skills predict later mathematics and reading achievement? The role of executive function. *Journal of Experimental Child Psychology*, 214, 105306, 1–18.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (2nd ed.). Routledge.
- Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*. (95–123). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Dumas, D., McNeish, D., Sarama, J., & Clements, D. (2019). Preschool mathematics intervention can significantly improve student learning trajectories through elementary school. *AERA Open*, 5(4), 1–15.
- Dyson, N. I., Jordan, N. C. & Glutting, J. (2011). A number sense intervention for low-income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 46(2), 166–181.
- Elsayed, S, A, M & Nasef, H, M. (2021). The Effectiveness of a Mathematics Learning Program Based on the Mind Habits in Developing Academic Achievement Motivation and Creative Thinking among Prince Sattam Bin Abdulaziz University Students. *International Journal of Higher Education*, 10(1), 55–75.
- Enayati Kharzoghi, A. R. (2021). Investigating the effect of mathematics teaching using open-response problem-solving strategy on students' mathematical thinking (Master's thesis). Higher Education Institute of Fan va Danesh, Saveh, Department of Mathematics Education. [Persian]
- Ghasemi, M., Dortaj, F., Saedipour, E., Delavar, A., & Sarabi, S. (2017). Effectiveness of number sense training on improving number skills of preschool children at risk for mathematical problems. *Quarterly Journal of Psychology of Exceptional Individuals*, 7(27), 1–29. [Persian]
- Ghasemtabar, S. N., Mofidi, F., Mohammadi Alizadeh, & Ghasemtabar, S. A. (2011). The effect of music education on basic mathematics skills of preschool children. *Quarterly Journal of Developmental Psychology: Iranian Psychologists*, 7(27), 245–254. [Persian]

- Rezapour Mirsaleh, Y., Delavari, M., & Soleimani, M. (2016). Effectiveness of mathematical thinking training on mathematics performance of second-grade male students. *Research in Educational Systems*, 35, 163–186. [Persian]
- Rouhi, A., & Heshjin, A. B. (2011). The effect of preschool education on the development of oral skills of Azeri-speaking students in the first grade of elementary school. *Quarterly Journal of Educational Innovations*, 39(10), 25–50. [Persian]
- Sachdeva, S., & Eggen, P. O. (2021). Learners' critical thinking about learning mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0644, 1–18.
- Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359–372.
- Schorr, R. Y. (2000). Impact at the student level, a study of the effects of a teacher development intervention on students' mathematical thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 19(2), 209–231.
- Shakeri, S., & Fathi, M. R. (2022). The role of gamification in the effectiveness of education in preschool and elementary school. *International Journal of Nations Research*, 7(77), 149–167. [Persian]
- Shirani Bidabadi, N., Nasr Esfahani, A. R., Mirshah Jafari, E., & Abedi, A. (2020). Investigating the effectiveness of practical mathematics training in preschool on mathematical competence and learning behaviors of children. *Quarterly Journal of Educational Psychology*, 16(58), 71–93. [Persian]
- Shirani Bidabadi, N., Nasr Esfahani, A. R., Mirshah Jafari, E., & Abedi, A. (2017). How to teach creativity-oriented mathematics in Isfahan preschool centers. *Innovation and Creativity in Humanities*, 7(2), 189–216. [Persian]
- Skarstein, T. H., & Ugelstad, I. B. (2020). Outdoors as an arena for science learning and physical education in kindergarten. *European Early Childhood Education Research Journal*, 28(6), 923–938.
- Skemp, R. (2002). Relational understanding and instrumental understanding, in Tall, D., Mryan, S. (2014). The Impact of Constructivism Learning In Mathematics Teaching On Academic Achievement And Mathematical Thinking Among Students In A college Algebra Course For First Year Students In Vocational Education. *International journal of development research*, 4 (11), 2175–2182.
- Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2013). Early awareness of mathematical pattern and structure. In *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 29–45). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. Retrieved from Boston College, 29- TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Nesbitt, K. T., Fuhs, M. W., & Farran, D. C. (2019). Stability and instability in the co-development of mathematics, executive function skills, and visual-motor integration from prekindergarten to first grade. *Early Childhood Research Quarterly*, 46, 262–274.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early childhood research quarterly*, 36, 550–560.
- Pollarolo, E., Skarstein, T. H., Størksen, I. & Kucirkova, N. (2023). Mathematics and higher-order thinking in early childhood education and care (ECEC). *Nordisk barnehageforskning, Special issue: Matematikk i barnehagen*, 20(2), 70–88.
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., & Gold, Z. S. (2017). Causal connections between mathematical language and mathematical knowledge: A dialogic reading intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 10(1), 116–137.
- Pyle, A., & DeLuca, C. (2016). Assessment in play-based kindergarten classrooms: An empirical study of teacher perspectives and practices. *The Journal of Educational Research*, 110(5), 457–466.
- Pyle, A., De Luca, C., & Danniels, E. (2017). A scoping review of research on play-based pedagogies in kindergarten education. *Review of Education*, 5(3), 311–351.

- VanDerHeyden, A. M., & Burns, M. K. (2010). Essentials of response to intervention. Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. Published simultaneously in Canada.
- Watson, A. (2001). Instances of mathematical thinking among low attaining students in an ordinary secondary classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20(4), 461-475.
- Zainivand Nejad, F. (2015). Conceptual explanation of mathematical thinking: What, why and how. *Bi-Quarterly Journal of Higher Education Curriculum Studies*, 6(21), 153-172. [Persian]
- & Thomas, M. O. J. (Eds). *Intelligence, learning and understanding in mathematics: A tribute to Richard Skemp* (pp 1-16). Post Pressed.
- Soleimani, S., Ahmadi, A., & Ahghar, G. (2019). Effectiveness of cognitive constructivism approach training on learning and retention of sixth-grade students in mathematics. *Research in School and Virtual Learning*, 1(25), 25-34. [Persian]
- Sumpter, L. (2019). Preschool educators' emotional directions towards mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 18 (2), 69-84.