



The Probability Concept in Elementary Mathematics Textbooks: an Analytical Look at the Concepts and Tasks' Cognitive Demand Levels

Mojtaba Eskandari¹, Ebrahim Reyhani^{*2}, Mehdi Izadi³

1 PhD Student in Mathematics Education, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

2 Faculty member of Shahid Rajaei Teacher Training University, Mathematics Department

3 The Organization of Educational Research and Planning

* Corresponding author: e_reyhani@sru.ac.ir

Received: 2024-06-03

Accepted: 2024-07-14

Abstract

The present study was conducted with the aim of analyzing the tasks of the probability section of elementary mathematics textbooks. In terms of purpose, this study is among applied studies, and in terms of data collection method, it is considered to be descriptive, which was done with quantitative content analysis method. The statistical population is the probability section of mathematics textbooks of the second to sixth grades, published in 2023, and the sample size is equal to the size of the population. In this study, the probability section in elementary mathematics textbooks has been analyzed from two perspectives, including the determination of the taught probability concepts and the cognitive demand levels of tasks. The results of content analysis with the aim of determining the probability concepts taught showed that these concepts included the random experiment, sample space, probability of an event, probability comparison, and fairness. Stein & Smith (1998) framework was used for content analysis from the perspective of determining the levels of cognitive demand. The results of the analysis determined that nearly two-thirds of the probability tasks in the elementary mathematics textbooks are at the low levels of cognitive demands, including, memorization and procedures without connections, and the remaining one-third are at the procedures level with connections, and no task is at the highest level including the doing mathematics level.

Keywords: Cognitive demand levels, Concepts of probability, Elementary mathematics textbooks, Mathematics task

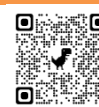
© 2019 Journal of New Approach to Children's Education (JNACE)



This work is published under CC BY-NC 4.0 license.

© 2022 The Authors.

How to Cite This Article: Reyhani .E. (2024). The probability concept in elementary mathematics textbooks: An analytical look at the concepts and tasks' cognitive demand levels. *JNACE*, 6(3): 53-69.





مفهوم احتمال در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی: نگاهی تحلیلی به مفاهیم و سطوح استلزام شناختی تکالیف

مجتبی اسکندری^۱، ابراهیم ریحانی^{۲*}، مهدی ایزدی^۳

^۱ دانشجوی دکتری رشته آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

^۲ عضو هیات علمی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

^۳ سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، تهران، ایران

* نویسنده مسئول: e_reyhani@sru.ac.ir

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۲۴

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۳/۱۴

چکیده

پژوهش حاضر با هدف تحلیل تکالیف بخش احتمال کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی و با روش تحلیل محتوای کمی انجام شده است. جامعه آماری، بخش احتمال کتاب‌های درسی ریاضی پایه‌های دوم تا ششم ابتدایی است و حجم نمونه برابر حجم جامعه، انتخاب شده است. در این مطالعه، نمونه آماری از دو منظر شامل تعیین مفاهیم احتمالاتی مورد آموزش و تعیین سطوح استلزام شناختی تکالیف، مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج تحلیل محتوا با هدف تعیین مفاهیم احتمالاتی مورد آموزش در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی نشان داد که این مفاهیم شامل آزمایش تصادفی، فضای نمونه، احتمال وقوع پیشامد، مقایسه احتمال و عادلانه بودن، است. نتایج تحلیل داده‌ها همچنین مشخص کرد که نزدیک به دو سوم تکالیف احتمالاتی در کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی در سطوح پایین نیازهای شناختی، یعنی یادآوری و رویه‌ای بدون اتصالات، قرار دارند و یک سوم باقی مانده نیز در سطح رویه‌ای با اتصالات هستند و هیچ تکلیفی در بالاترین سطح از استلزام شناختی، یعنی سطح ریاضی‌ورزی، قرار ندارد. انجام مطالعات بیشتر در خصوص مفاهیم احتمال و تکالیف احتمالاتی و به تبع آن، افزایش کیفیت و سطح استلزام شناختی تکالیف ارائه شده در کتاب درسی، پیشنهاد می‌گردد.

واژگان کلیدی: تکلیف ریاضی، دوره ابتدایی، سطوح استلزام شناختی، کتاب‌های درسی ریاضی، مفاهیم احتمال

تمامی حقوق نشر برای فصلنامه رویکردی نو بر آموزش کودکان محفوظ است.

شیوه استناد به این مقاله: اسکندری، مجتبی؛ ریحانی، ابراهیم؛ ایزدی، مهدی. (۱۴۰۳) مفهوم احتمال در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی: نگاهی تحلیلی به مفاهیم و سطوح استلزام شناختی تکالیف. *فصلنامه رویکردی نو بر آموزش کودکان*، ۶(۳): ۵۳-۶۹.

مقدمه

استدلال احتمالاتی در دانش‌آموزان منجر شود. این نوع اظهار نظرها و نتایج پژوهش‌های انجام شده در این حوزه از ریاضیات، سبب شده کشورهای زیادی در سراسر جهان، این مفهوم را در برنامه‌درسی و کتب درسی ریاضی خود در دوره‌های مختلف تحصیلی، بگنجانند (Langrall, 2018). اهمیت و کاربردی بودن احتمال توسط مسئولین آموزشی کشور ما نیز تشخیص داده شده و احتمال به عنوان یکی از مفاهیم ریاضی، در قلمرو

یک دلیل کلیدی برای یاددهی و یادگیری احتمال^۱ در مدرسه این است که پدیده‌های شانس به طرق مختلف، از جمله پیش‌بینی ریسک‌های پزشکی، مالی و زیست‌محیطی، در زندگی ما نفوذ می‌کنند (Gal, 2005). شورای ملی معلمان ریاضی^۲ (۲۰۰۰) در مورد لزوم حضور احتمال در برنامه‌درسی معتقد است که عدم حضور احتمال در برنامه‌درسی، می‌تواند به عدم توسعه

محتوای اصلی‌ای است که باید در مقاطع مختلف تحصیلی گنجانده شود (Batenero & et al, 2016). علاوه بر خود ایده احتمال، (Heitele (1975) پیشنهاد کرد که مطالعه ریاضی‌وار احتمال مستلزم در نظر گرفتن ایده‌های بنیادی آماری و احتمالاتی خاصی است که اغلب در موقعیت‌های تصادفی وجود دارند و می‌توانند با درجات مختلفی از رسمی‌سازی، آموزش داده شوند. این ایده‌ها عبارتند از:

- مجموعه همه امکان‌ها (فضای نمونه)، پیشامدها و عملیات ابتدایی آنها (مکمل، اجتماع، اشتراک).
- هم‌توزیعی^۸، که امکان تخصیص احتمال به پیشامدهای هم‌احتمال^۹ را می‌دهد.
- اصول جمع و ضرب در محاسبه احتمالات.
- استقلال و وابستگی پیشامدها و نیز احتمال شرطی^{۱۰}.
- آزمایش مرکب، فضای نمونه آن، احتمال شرطی و مرکب^{۱۱}.
- استفاده از ترکیبیات ابتدایی در ساخت فضای نمونه و محاسبه احتمالات.
- متغیر تصادفی، امید ریاضی و توزیع متغیر تصادفی^{۱۲}.
- همگرایی و قانون اعداد بزرگ^{۱۳}.

• نمونه‌گیری و برآورد (Burgos & et al., 2022)

درک دانش‌آموزان پایه‌های مختلف تحصیلی و دانشجویان نسبت به برخی از مفاهیم فوق، به صورت مجزا یا چند مورد با هم، مورد مطالعه محققین قرار گرفته است. به عنوان مثال، فضای نمونه (Jones & et al, 1997; Nunes & et al, 2022; Renelle & et al, 2014)، توانایی درک مفاهیم احتمالاتی از جمله احتمال وقوع و مقایسه احتمال پیشامدها (Jones & et al, 1997; Tsakiridou & Vavyla, 2015;) (He & Chen, 2024)، مقایسه احتمال وقوع دو پیشامد (Jones & et al, 2020; Supply & et al, 1997;) و عادلانه بودن (Watson & Moritz, 2003; Gea & et al, 2023). لازم به ذکر است در مورد اینکه کودکان از چه سنی توانایی درک ایده‌های احتمالاتی را دارند و مفاهیم احتمالاتی در چه پایه و دوره تحصیلی باید تدریس شود، هنوز اختلاف نظر وجود دارد. برخی کشورها به دلایل مختلف، احتمال را از برنامه درسی دوره ابتدایی خود حذف کرده‌اند، ولی در بسیاری از کشورها، اعتقاد بر آن است که کودکان باید از دوره دبستان با مفاهیم احتمالاتی آشنا شوند و با آنها استدلال و کار کنند (Tsakiridou & Vavyla, 2015; Langrall, 2018; Yang & Sianturi, 2019). به عنوان نمونه در کشور شیلی، احتمال از پایه دوم دبستان وارد کتاب‌های درسی شده و در این کتب مفاهیمی نظیر آزمایش تصادفی، امکان وقوع پیشامد، مقایسه احتمال وقوع چند پیشامد مورد آموزش قرار گرفته است (Rodríguez-Alveal &

حوزه تربیت و یادگیری ریاضیات، در برنامه‌درسی ملی ایران مطرح شده است (شورای عالی آموزش و پرورش، ۱۳۹۱). در راستای برنامه‌درسی ملی، مفهوم احتمال از سال دوم دبستان در کتاب درسی ریاضی معرفی شده و تا پایان دوره ابتدایی و سپس متوسطه اول و دوم توسعه یافته است. از آنجایی که کتاب‌های درسی ریاضی، در بین سایر منابع برنامه‌درسی، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند و به عنوان یک منبع کلیدی و تأثیرگذار برای تدریس و یادگیری ریاضی در نظر گرفته شده‌اند، تحلیل و بررسی این منابع درسی که بسیاری از معلمان ریاضی از آن استفاده می‌کنند، حائز اهمیت است (Jones & Tarr, 2007;) (Rezat & et al, 2021; Brnic & et al, 2024); از این رو، با پذیرش ضرورت حضور مفاهیم احتمال در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی کشورمان، به عنوان مرجع اصلی تدریس معلمان و منبع اصلی دانش‌آموزان این دوره تحصیلی، معیارهای مختلفی در خصوص این کتب وجود خواهد داشت که بر کیفیت آموزش تأثیر گذار است و این معیارها نیازمند بررسی و تحلیل هستند.

(Yang & Sianturi (2019) چهار شاخص را که به اعتقاد آنها جزو ویژگی‌های حیاتی هستند و باید در کتاب‌های درسی گنجانده شوند و توسعه یابند، معرفی کردند: اشکال بازمانی^۱، سطوح استلزام شناختی^۲، ویژگی‌های زمینه‌ای^۳، و سازمان‌دهی موضوعات^۴ و منحصربه‌فرد بودن آن^۵. در پژوهش حاضر، بخش احتمال پنج کتاب درسی مدنظر محققین بوده است، لذا امکان بررسی هر چهار معیار وجود نداشت. لذا با توجه به مطالعه پیشینه تحقیق و بررسی معیارهای مهم برای تحلیل کتاب‌های درسی، سطوح استلزام شناختی تکالیف بخش احتمال کتب مذکور به دو دلیل برای تحلیل انتخاب شد. اولاً پژوهشگران زیادی بر اهمیت سطوح استلزام شناختی تکالیف ریاضی تأکید دارند (Stein & Smith, 1998; Jones & Tarr, 2007;) (Özgeldi & Esen, 2010; Hsu & Yao, 2023; Prediger & et al, 2023). ثانیاً، سطوح استلزام شناختی تکالیف احتمالاتی در کتاب‌های درسی ریاضی تا به حال مورد توجه پژوهشگران کشورمان نبوده است و لذا هیچ اطلاعاتی در این زمینه در دسترس محققین، مؤلفان کتب درسی و معلمان که کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی را تدریس می‌کنند وجود ندارد؛ از این جهت، در مطالعه حاضر به تحلیل بخش احتمال در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی پرداخته شده است تا در وهله اول مشخص شود که کدام مفاهیم احتمال در این کتب آموزش داده شده است و سپس تعیین گردد که تکالیف شامل این مفاهیم در چه سطحی از استلزام شناختی طراحی شده‌اند. یکی از نکات اصلی در یاددهی احتمال، تأمل و برنامه‌ریزی در

که معلمان از دانش آموزان می‌خواهند در درس ریاضیات انجام دهند، «ریاضیات» را به عنوان یک موضوع برای دانش‌آموزان به تصویر می‌کشد؛ از این‌رو، تکالیف ریاضی نقش مهمی در فرایند یاددهی و یادگیری ریاضی در کلاس‌های درس دارند، به طوری‌که Antonetti & Stice (2018) تکلیف را نقطه تلاقی عناصر اصلی آموزش یعنی دانش‌آموز، معلم و محتوا، معرفی کردند.

هر تعریفی را برای تکلیف، علی‌الخصوص تکالیف ارائه شده در کتاب‌های درسی، در نظر بگیریم، استلزام شناختی یکی از ابعاد مهم آن به شمار می‌رود. در کشورهایی که کتاب‌های درسی برای استفاده گسترده در مدارس تولید می‌شوند یا زمانی که مدارس از بین گزینه‌های جایگزین انتخاب می‌کنند، طراحان برنامه‌درسی، مدارس و ناشران باید استلزام شناختی کتاب‌های درسی را در نظر بگیرند (Hadar, 2017). Stein & et (1996) استلزام شناختی را «نوع و سطح تفکر مورد نیاز دانش‌آموزان برای درگیر شدن و حل موفقیت‌آمیز تکلیف»، تعریف کرده‌اند (ص ۱۰). Schoenfeld (2018) استلزام شناختی را به عنوان یکی از ابعاد کلیدی برای آموزش ریاضی با کیفیت بالا در نظر گرفته و آن را این‌طور توصیف کرده است: استلزام شناختی به فرصت‌هایی اشاره دارد که دانش‌آموزان باید با آنها دست و پنجه نرم کنند و ایده‌های مهم ریاضی و استفاده از آنها را درک کنند. Hsu & Yao (2023) معتقدند که سطوح استلزام شناختی، شکاف بین آموزش ریاضی و روانشناسی را به عنوان فرآیندهای شناختی که باید در هسته یادگیری ریاضیات قرار گیرند، پر می‌کند. مطالب درسی که حاوی تکالیف احتمالاتی سطح بالاتر هستند، ظرفیت ارتقای استدلال احتمالاتی صحیح را دارند، برخی از شهروندان اولیه دانش‌آموزان در کلاس درس را به چالش می‌کشند و آنها را برای درک تغییرپذیری شانس و پدیده‌های تصادفی که به ناچار در دنیای واقعی با آنها مواجه خواهند شد، آماده می‌کنند (Jones & Tarr, 2007). به خوبی مستند شده است که در نظر داشتن استلزام شناختی تکالیف ریاضی برای ایجاد یادگیری معنادار مفاهیم ریاضی نزد دانش‌آموزان ضروری است (Parrish & Bryd, 2022). یکی از شناخته شده‌ترین دسته‌بندی‌های استلزام شناختی در چارچوب Stein & Smith (1998) ارائه شده است. آنها تکالیف را بر حسب استلزام شناختی به چهار سطح تکلیف یادآوری، رویه‌ای بدون اتصالات، رویه‌ای با اتصالات و ریاضی‌ورزی^{۱۸} تقسیم کرده‌اند. Stein & et al (2000) ویژگی این چهار نوع تکلیف را تشریح کردند که در جدول ۱ آمده است:

(et al, 2023). در کشور مصر نیز مفاهیم احتمالاتی مانند آزمایش تصادفی، فضای نمونه، پیشامد، احتمال یک پیشامد در دوره ابتدایی و از پایه سوم به دانش‌آموزان معرفی و تدریس می‌شود (Elbehary, 2023).

در ایران، مفاهیم احتمال از پایه دوم تحصیلی در کتب درسی ریاضی معرفی شده‌اند و تا پایان دوره متوسطه ادامه یافته است. به منظور شناسایی مفاهیم مقدماتی و مدرسه‌ای احتمال، منابع متعددی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. این منابع شامل موارد ذیل بود: ۱- کتاب‌های درسی ریاضی کشور از دوره ابتدایی تا پایان دبیرستان؛ ۲- کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی ایالت کالیفرنیا آمریکا (انتشارات McGraw-Hill)؛ ۳- برخی کتب تألیف شده برای آموزش معلمان دوره ابتدایی مانند رویکرد حل مسئله در ریاضیات برای معلمان مدارس ابتدایی^{۱۴} (۲۰۱۶)، استدلال ریاضی برای معلمان ابتدایی^{۱۵} (۲۰۱۵) و ریاضیات برای معلمان ابتدایی: رویکرد مفهومی^{۱۶} (۲۰۱۶)؛ ۴- برخی کتاب‌های تخصصی آمار و احتمال مانند آمار و احتمال مقدماتی (بهبودیان، ۱۳۹۰) و احتمال (جهانی‌پور، ۱۳۷۷)؛ ۵- مقالات گزارش شده در حیطه آموزش احتمال مدرسه‌ای که در دو پاراگراف قبل به برخی از آنها اشاره شد. مطالعات صورت گرفته نشان داد برخی مفاهیم اصلی و پر استناد در حوزه آموزش احتمال مدرسه‌ای به شرح زیر است: آزمایش تصادفی؛ فضای نمونه؛ پیشامد تصادفی؛ پیشامدهای ناسازگار؛ احتمال؛ مقایسه احتمال؛ پیشامدهای مستقل؛ احتمال شرطی؛ عادلانه بودن.

موضوع مهم دیگر در آموزش احتمال، تکالیفی است که مفاهیم احتمالاتی را شامل می‌شود. Stein & et al (1996) تکالیف ریاضی را یک فعالیت کلاسی تعریف می‌کنند که هدف آن، متمرکز کردن توجه دانش‌آموزان بر روی یک ایده ریاضیاتی خاص است. Watson & Sullivan (2008) نیز تکالیف ریاضی را به عنوان اطلاعات ارائه شده در قالب سؤال‌ها، موقعیت‌ها و دستورالعمل‌ها به دانش‌آموزان که هم نقطه شروع و هم زمینه‌ای برای یادگیری آنها است، تعریف می‌کنند. در تعریف دیگری در مقدمه مجموعه مقالات کمیسیون بین‌المللی آموزش ریاضی^{۱۷} (۲۰۱۳) این گونه بیان شده است که «تکالیف هر چیزی است که معلم برای نشان دادن ریاضیات، تعامل با دانش‌آموزان یا درخواست از دانش‌آموزان برای انجام کاری استفاده می‌کند». تکالیف ریاضی که توسط کتاب یا معلم برای یک موضوع خاص، طراحی یا انتخاب می‌شود بر نوع و کیفیت درک و نیز دیدگاه دانش‌آموزان نسبت به آن موضوع تاثیر زیادی دارند. در این خصوص Jones & Pepin (2016) معتقدند انواع تکالیفی

جدول ۱: ویژگی‌های تکالیف ریاضی در چهار سطح از استلزام شناختی (Stein & et al, 2000)

استلزام شناختی سطح پایین	استلزام شناختی سطح بالا
<p>تکالیف یادآوری</p> <ul style="list-style-type: none"> شامل بازتولید حقایق، قواعد، فرمول‌ها یا تعاریف قبلاً آموخته شده یا حفظ کردن حقایق، قوانین، فرمول‌ها یا تعاریف هستند. با استفاده از رویه‌ها نمی‌توان آنها را حل کرد زیرا یا رویه‌ای وجود ندارد یا بازه زمانی انجام تکلیف به قدری کوتاه است که نمی‌توان از رویه استفاده کرد. مبهم نیستند - چنین تکالیفی شامل بازتولید دقیق محتوای آموزشی هستند که قبلاً دیده شده است، و آنچه که باید بازتولید شود به‌طور واضح و مستقیم بیان شده است. هیچ اتصالی با مفاهیم یا معانی‌ای که زمینه‌ساز حقایق، قواعد، فرمول‌ها یا تعاریف یاد گرفته شده یا بازتولید شده هستند، ندارند. <p>مثال ۱: قانون ضرب کسرها چیست؟ مثال ۲: انتخاب یکی از سه گزینه به‌طور حتم اتفاق می‌افتد، احتمال دارد اتفاق بیفتد و به‌طور حتم اتفاق نمی‌افتد برای جمله [پیشامد] درخت حرکت کند و راه برود (ریاضی سوم دبستان، ص ۱۲۳).</p>	<p>تکالیف رویه‌ای با اتصالات</p> <ul style="list-style-type: none"> توجه دانش‌آموز را بر استفاده از رویه‌ها به منظور توسعه سطوح عمیق‌تر درک مفاهیم و ایده‌های ریاضی متمرکز می‌کنند. در مقابل الگوریتم‌های محدود که در ارتباط با مفاهیم اصلی مبهم هستند، مسیرهایی را برای دنبال کردن (به صورت صریح یا ضمنی) پیشنهاد می‌کنند که رویه‌های کلی گسترده‌اند و با ایده‌های مفهومی اصلی ارتباط نزدیک دارند. معمولاً به روش‌های مختلفی نشان داده می‌شوند (به‌عنوان مثال نمودارهای بصری، دست‌ورزی‌ها، نمادها، موقعیت‌های مسئله‌ای). با ایجاد اتصال بین بازنمایی‌های چندگانه به توسعه معانی کمک می‌کنند. به درجاتی از تأثیر شناختی نیاز دارند. اگرچه ممکن است رویه‌های کلی دنبال شود، اما نمی‌توان آنها را بی‌فکر دنبال کرد. دانش‌آموزان برای تکمیل موفقیت‌آمیز تکلیف و توسعه ادراک، باید با ایده‌های مفهومی که اساس این رویه‌ها است درگیر شوند. <p>مثال ۱: $\frac{1}{2}$ از $\frac{1}{6}$ را پیدا کنید. برای این کار از شکل استفاده کرده و پاسخ خود را ترسیم کنید. همچنین، راه حل خود را توضیح دهید. مثال ۲: یک سکه را انداختیم؛ رو آمد. دوباره انداختیم؛ رو آمد. اگر بار سوم آن را بیندازیم، رو می‌آید یا پشت؟ دلیل خود را بنویسید؟</p>
<p>تکالیف رویه‌ای بدون اتصالات</p> <ul style="list-style-type: none"> الگوریتمی هستند. استفاده از رویه یا به‌طور مشخص خواسته شده یا استفاده از آن بر اساس آموزش‌های قبلی، تجربه یا جایگاه تکلیف، مشهود است. برای انجام شدن موفقیت‌آمیز به استلزام شناختی محدود نیاز دارند. در مورد کارهایی که باید انجام شود و نحوه انجام آنها ابهام کمی وجود دارد. هیچ اتصالی با مفاهیم یا معانی زمینه‌ساز رویه مورد استفاده ندارند. بیشتر بر تولید پاسخ‌های صحیح متمرکز هستند تا توسعه درک ریاضی. نیازی به توضیح ندارند یا توضیحات مورد نیاز آنها صرفاً بر توصیف رویه‌ای استفاده شده متمرکز است. <p>مثال ۱: ضرب $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$ را انجام دهید. مثال ۲: یک سکه را ۵ بار می‌اندازیم؛ آیا ممکن است هر ۵ بار رو بیاید؟ (ریاضی پنجم دبستان، ص ۱۳۷).</p>	<p>تکالیف ریاضی‌ورزی</p> <ul style="list-style-type: none"> به تفکر پیچیده و غیرالگوریتمی نیاز دارند (یعنی یک رویکرد قابل پیش‌بینی خوب-تمرین شده یا مسیری که به‌طور صریح توسط تکلیف مذکور، دستورالعمل تکلیف، یا یک مثال حل شده، پیشنهاد شده باشد، وجود ندارد). دانش‌آموزان را ملزم می‌کنند ماهیت مفاهیم، فرایندها یا روابط ریاضی را کشف و درک کنند. نیازمند خود-نظارتی یا خود-تنظیمی بر فرآیندهای شناختی هستند. دانش‌آموزان را ملزم به دستیابی به دانش و تجربیات مربوطه و استفاده مناسب از آنها در انجام تکلیف می‌کنند. دانش‌آموزان را ملزم به تجزیه و تحلیل تکلیف و واری فعالیت‌های محدودیت‌های آن، که ممکن است استراتژی‌های راه‌حل یا پاسخ‌ها را محدود کند، می‌کنند. به تلاش شناختی قابل توجهی نیاز دارد و ممکن است به دلیل غیر قابل پیش‌بینی بودن، روند راه‌حل مورد نیاز، مقداری از اضطراب را برای دانش‌آموز در بر داشته باشد. <p>مثال ۱: یک موقعیت از دنیای واقعی برای عبارت $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ طراحی کنید. بدون استفاده از قانون، مسئله خود را حل کرده و راه حل خود را توضیح دهید. مثال ۲: یک بازی دو نفره بر اساس پرتاب یک یا چند تاس طراحی کنید که در آن بازی، هر دو نفر شانس مساوی برای برنده شدن داشته باشند.</p>

انتخاب کرده و با استفاده از چارچوب (Stein & et al (2000) آنها را تجزیه و تحلیل کردند. مطالعه آنها نشان داد که بیش از ۸۵ درصد از تکالیف برای شش سری از این کتب نیازمند سطوح پایینی از استلزام شناختی بود، در حالی که اکثر تکالیف در سری جایگزین از دوران استانداردها به سطوح بالایی از استلزام

(Jones & Tarr (2007) در مطالعه خود به تحلیل محتوای بخش احتمال در کتاب‌های درسی ریاضی پایه‌های متوسطه اول (۶ و ۷ و ۸) در ایالات متحده پرداختند. آنها از هر چهار دوره اخیر آموزش ریاضی (ریاضی جدید، بازگشت به اصول، حل مسئله و استانداردها^{۱۹}) دو سری کتاب (یکی رایج و دیگری جایگزین^{۲۰})

شناختی نیاز داشت. Özgeldi & Esen (2010) به بررسی و تحلیل سطح استلزام شناختی تکالیف ارائه شده در کتاب‌های درسی ریاضیات مدرسه‌ای ابتدایی ترکیه (پایه‌های ۶، ۷، و ۸) پرداختند. آنها کل تکالیف موجود در کتب مورد بررسی را در دو دسته کلی تکالیف توضیحی^{۳۱} و تکالیف ارزشیابی^{۳۲} تقسیم کردند و در پایان تحلیل مشخص شد که اکثریت تکالیف کتاب‌های درسی ترکیه به سطوح پایینی از استلزام شناختی نیازمند بودند؛ به این صورت که ۵۵/۳ درصد از تکالیف توضیحی و ۶۴/۶ درصد از تکالیف ارزیابی به سطوح پایین استلزام شناختی نیاز داشتند و عمدتاً در سطح رویه‌ای بدون اتصالات بود.

Yang & Sianturi (2019) نحوه سازماندهی اولین آموزش و یادگیری احتمال را در کشورهای سنگاپور، ایالات متحده و اندونزی از طریق تجزیه و تحلیل کتاب‌های درسی این کشورها، مورد بررسی و مقایسه قرار دادند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که کتاب‌های درسی در سنگاپور فرصت‌های بیشتری را برای درگیر شدن با مسائلی که به استلزام شناختی سطح بالاتر نیاز دارند، طراحی کرده‌اند؛ در حالی که در کتاب‌های درسی ایالات متحده و اندونزی، بیشتر سؤالات نیازمند سطوح پایین‌تر استلزام شناختی بودند.

روش پژوهش

پژوهش حاضر با روش تحلیل محتوای کمی انجام شده است. این پژوهش از حیث هدف، در زمره مطالعات کاربردی قرار دارد و از نظر شیوه جمع‌آوری داده‌ها، مطالعه توصیفی محسوب می‌گردد. جامعه آماری، بخش احتمال کتاب‌های درسی ریاضی پایه‌های دوم تا ششم ابتدایی چاپ سال ۱۴۰۲ است. حجم نمونه به صورت هدفمند برابر با حجم جامعه آماری انتخاب شد. ساختار کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی (بجز پایه اول) از سه بخش اصلی فعالیت، کار در کلاس و تمرین تشکیل شده است. به تکالیف موجود در این سه بخش، تکالیف مرور فصل نیز اضافه می‌شود. در کتاب ریاضی پایه اول، به موضوع احتمال پرداخته نشده است، لذا این کتاب در مطالعه حاضر مورد تحلیل قرار نگرفته است.

در گام اول و به منظور استخراج مفاهیم اصلی مرتبط با احتمال، از روش طبقه‌بندی جعبه‌ای استفاده شد. به این صورت که پس از مطالعه پیشینه موضوع و تعاریف نظری ارائه شده در کتاب‌ها و مقالات مربوطه، برای هر یک از مفاهیم احتمالاتی، یک تعریف عملیاتی، مطرح شد (جدول ۲). در ادامه، این جدول به عنوان فرم تحلیل محتوا، در اختیار دو نفر از مؤلفین کتاب‌های درسی ریاضی و دو نفر با مدرک دکتری در رشته آموزش ریاضی، به عنوان متخصصین این حوزه، قرار گرفت و روایی

شناختی نیاز داشت. Özgeldi & Esen (2010) به بررسی و تحلیل سطح استلزام شناختی تکالیف ارائه شده در کتاب‌های درسی ریاضیات مدرسه‌ای ابتدایی ترکیه (پایه‌های ۶، ۷، و ۸) پرداختند. آنها کل تکالیف موجود در کتب مورد بررسی را در دو دسته کلی تکالیف توضیحی^{۳۱} و تکالیف ارزشیابی^{۳۲} تقسیم کردند و در پایان تحلیل مشخص شد که اکثریت تکالیف کتاب‌های درسی ترکیه به سطوح پایینی از استلزام شناختی نیازمند بودند؛ به این صورت که ۵۵/۳ درصد از تکالیف توضیحی و ۶۴/۶ درصد از تکالیف ارزیابی به سطوح پایین استلزام شناختی نیاز داشتند و عمدتاً در سطح رویه‌ای بدون اتصالات بود.

Yang & Sianturi (2019) نحوه سازماندهی اولین آموزش و یادگیری احتمال را در کشورهای سنگاپور، ایالات متحده و اندونزی از طریق تجزیه و تحلیل کتاب‌های درسی این کشورها، مورد بررسی و مقایسه قرار دادند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که کتاب‌های درسی در سنگاپور فرصت‌های بیشتری را برای درگیر شدن با مسائلی که به استلزام شناختی سطح بالاتر نیاز دارند، طراحی کرده‌اند؛ در حالی که در کتاب‌های درسی ایالات متحده و اندونزی، بیشتر سؤالات نیازمند سطوح پایین‌تر استلزام شناختی بودند.

Ekol & Mlotshwa (2022) در یک مطالعه موردی و با استفاده از چارچوب Stein & et al (1996) به بررسی سطوح استلزام شناختی تکالیف یادگیری فصل «اصول شمارش و احتمال» در یک کتاب درسی ریاضی دیجیتال پایه دوازدهم در کشور آفریقای جنوبی، پرداختند. نتایج پژوهش آنها نشان داد که ۷۹٪ از تکالیف یادگیری فصل اصول شمارش و احتمال در کتاب مذکور، تکالیفی با سطح استلزام شناختی بالا، یعنی رویه‌ای با اتصالات و ریاضی‌ورزی و تنها ۲۱٪ تکالیف با سطح پایین استلزام شناختی یعنی یادآوری و رویه‌ای بدون اتصالات، بودند.

در یکی از پژوهش‌های انجام شده در ایران، طیبی و همکاران (۱۴۰۰)، به تحلیل فصل «کسر» از کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی، بر اساس سطوح استلزام شناختی تکالیف پرداختند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که فقط دو تکلیف از فصل کسر در کتاب ریاضی پایه ششم در سطح یادآوری بودند و سایر تکالیف فصل مذکور در سطح رویه‌ای بدون اتصالات (۳۴ تکلیف)، رویه‌ای با اتصالات (۲۹ تکلیف) و سطح ریاضی‌ورزی (۱۳ تکلیف) بودند؛ همچنین در این مطالعه مشخص شد که در مجموع در فصل کسر کتاب ریاضی ششم، بیشتر تکالیف دارای سطح بالایی استلزام شناختی بودند.

با توجه به اهمیت کتاب‌های درسی ریاضی در فرایند یاددهی و

پژوهشگر سوم، یکبار دیگر تکالیفی که در مورد آنها اختلاف نظر وجود داشت مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت و از این طریق در مورد آنها نیز توافق حاصل شد و تعیین مفاهیم آموزش داده شده در کتب درسی ریاضی و شمارش نهایی آنها صورت گرفت.

صوری و محتوایی آن تأیید شد. سپس دو پژوهشگر این مطالعه با توافق ۸۳٪، تکالیف شامل این مفاهیم را بر اساس این فرم تحلیل محتوا، بررسی و شمارش کردند که میزان توافق بالایی محسوب می‌گردد و پایایی کدگذاری را نشان می‌دهد. پس از آن، با برگزاری جلسه گفت و گو بین این دو پژوهشگر با حضور

جدول ۲: تعاریف عملیاتی مفاهیم احتمالاتی به کار رفته در منابع مرتبط با آموزش احتمال مدرسه‌ای

مفهوم مشمول در تکلیف	تعریف عملیاتی
آزمایش تصادفی	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که آزمایش یا فعالیتی را انجام دهند یا در نظر بگیرند که نتایج آن از قبل مشخص نیست و در هر بار انجام آن یکی از حالت‌های ممکن در آزمایش مفروض، می‌تواند اتفاق بیفتد.
فضای نمونه	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که در یک آزمایش تصادفی، همه حالت‌ها (نتایج) ممکن را به صورت شفاهی یا کتبی بیان کنند.
پیشامد تصادفی	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که زیر مجموعه(هایی) از فضای نمونه را تعیین یا شناسایی کنند.
پیشامدهای ناسازگار	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که اعضای حداقل دو پیشامد را بررسی کرده و تعیین کنند آیا عضو مشترکی وجود دارد یا خیر.
احتمال وقوع پیشامد	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که احتمال وقوع یک پیشامد را به صورت کمی یا کیفی بیان یا ارزیابی کنند (به صورت عدد یا اصطلاحاتی نظیر: به احتمال بیشتر/ کمتر/ مساوی).
مقایسه احتمال	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که بین دو یا چند پیشامد مقایسه انجام دهند و مشخص کنند کدام پیشامد شانس وقوع بیشتر/کمتری دارد.
پیشامدهای مستقل	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که تعیین کنند که آیا وقوع یک پیشامد بر وقوع پیشامد دیگری اثر دارد یا خیر و بالعکس.
احتمال شرطی	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که احتمال وقوع یک پیشامد را با آگاهی از وقوع یک پیشامد دیگر بررسی و یا تعیین کنند.
عادلان بودن	تکلیفی که از دانش‌آموزان خواسته است که عادلانه بودن (شانس برنده شدن برابر داشتن افراد حاضر در بازی یا موقعیت) / نبودن یک بازی یا موقعیت احتمالاتی را بررسی یا تعیین کنند.

استلزام شناختی، ابتدا تکالیفی که شامل مفاهیم احتمال بود به عنوان واحد تحلیل انتخاب شد و سپس همه واحدها با چهار سطح چارچوب (Stein & Smith (1998)، به عنوان مقوله‌ها، و شاخص‌های آن چارچوب، مطابقت داده و در جدول مربوطه ثبت شد. در نهایت واحدهایی که در هر مقوله قرار گرفتند، شناسایی و شمارش شدند و فراوانی آنها مورد بررسی قرار گرفت تا مشخص شود تکالیف احتمالاتی به چه میزان در سطوح چهارگانه استلزام شناختی قرار می‌گیرند. لازم به توضیح است که در بخش احتمال کتاب‌های مذکور، در مجموع ۵۸ تکلیف در بخش‌های فعالیت، کار در کلاس، تمرین و مرور فصل طراحی شده است که شامل مفاهیم احتمال هستند؛ ولی از آنجا که تعداد زیادی از این تکالیف، از دو یا چند قسمت جداگانه تشکیل شده‌اند و بعضاً هر قسمت به مفهوم متفاوتی پرداخته که سطح استلزام شناختی آنها نیز لزوماً یکسان نبود، در نهایت ۱۵۶ تکلیف مجزا توسط نگارندگان مورد بررسی، تحلیل و شمارش قرار گرفت.

در گام دوم پژوهش، به منظور تعیین سطوح استلزام شناختی تکالیفی که مفاهیم احتمالاتی را در بردارند، چارچوب (1998) Stein & Smith مورد استفاده قرار گرفت. پس از تأیید روایی محتوایی و صوری اطلاعات و توضیحات مندرج در جدول ۱ توسط یک نفر از اساتید دانشگاه در رشته آموزش ریاضی و همچنین دو نفر از مؤلفین کتاب‌های درسی کشور؛ پژوهشگران در این مطالعه، به منظور تحلیل و طبقه‌بندی دقیق و عینی تکالیف بخش احتمال، جدول ۱ را به عنوان چک لیست محتوا مورد استفاده قرار دادند. همچنین، برای اطمینان از پایایی کدگذاری، کلیه تکالیف بخش احتمال با استفاده از فرم تحلیل محتوای مذکور، توسط دو نفر از پژوهشگران، تحلیل و دسته‌بندی شد و ضریب توافق بین کدگذاران عدد ۹۲٪ به‌دست آمد که میزان قابل قبولی است. با این وجود، به منظور آگاهی از علت اختلاف در مواردی که در مورد آنها توافق وجود نداشت، صحبت‌هایی بین دو پژوهشگر انجام شد و با مرور مؤلفه‌های سطوح استلزام شناختی و شرایط تکالیف مذکور، در مورد آنها نیز توافق به دست آمد. در فرایند تحلیل محتوا بر حسب سطوح

یافته‌های تحقیق

پنج مفهوم آزمایش تصادفی، فضای نمونه، احتمال وقوع یک پیشامد، مقایسه احتمال و عادلانه بودن مدنظر مؤلفین بوده است و این مفاهیم تقریباً همه تکالیف بخش احتمال را پوشش می‌دهد. فراوانی و درصد فراوانی هر یک از این مفاهیم در جدول ۳ ارائه شده است.

با مرور کتاب‌ها و مقالات حوزه مفاهیم احتمال، بررسی تکالیف ارائه شده در کتب درسی ریاضی پایه دوم تا ششم دوره ابتدایی و همچنین گفت و گوهای انجام شده با مؤلفین کتب درسی مذکور، مشخص شد که در تألیف بخش احتمال آنها از بین مفاهیم احتمالاتی ذکر شده در بخش روش‌شناسی (جدول ۲)،

جدول ۳: مفاهیم احتمالاتی به کار رفته در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی

مجموع	تعداد تکالیف در پایه										مفهوم	
	ششم		پنجم		چهارم		سوم		دوم			
	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد		
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	آزمایش تصادفی
۹/۶	۱۵	۰	۰	۵/۹	۲	۶/۷	۳	۱۴/۳	۴	۱۵	۶	فضای نمونه
۳/۲	۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰/۷	۳	۵	۲	احتمال وقوع
۵۵/۸	۸۷	۷۷/۸	۷	۵۰	۱۷	۶۸/۹	۳۱	۷۱/۴	۲۰	۳۰	۱۲	مقایسه احتمال
۲۷/۶	۴۳	۲۲/۲	۲	۲۶/۵	۹	۲۴/۴	۱۱	۳/۶	۱	۵۰	۲۰	عادلانه بودن
۳/۸	۶	۰	۰	۱۷/۶	۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	مجموع
۱۰۰	۱۵۶	۵/۸	۹	۲۱/۸	۳۴	۲۸/۸	۴۵	۱۸	۲۸	۲۵/۶	۴۰	

به منظور بررسی سطح استلزام شناختی تکالیف احتمالاتی، در ادامه، ابتدا کتاب درسی ریاضی هر پایه به صورت مجزا تحلیل شده و در پایان، نتایج کلی هر پنج کتاب با هم، مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. بخش احتمال کتاب ریاضی پایه دوم از ۱۵ تکلیف تشکیل شده است و بسیاری از آنها بیش از یک بخش دارد. لذا در مجموع ۴۰ تکلیف مجزا از کتاب مذکور مورد تحلیل قرار گرفت (جدول ۴).

همان‌طور که در جدول ۳ قابل ملاحظه است، بیش از نصف تکالیف احتمالاتی کتاب‌های درسی دوره ابتدایی ایران، به مفهوم احتمال وقوع پیشامد اختصاص دارد. بعد از آن، مقایسه احتمال بیشترین فراوانی را در بین مفاهیم احتمالاتی داراست. در بین پنج مفهوم احتمالاتی به کار رفته در کتب مذکور، عادلانه بودن کمترین سهم را به خود اختصاص داده است. این تکالیف فقط در کتاب درسی ریاضی پایه پنجم ارائه شده است.

جدول ۴: سطوح استلزام شناختی تکالیف بخش احتمال کتاب درسی ریاضی پایه دوم ابتدایی

مجموع	سطوح استلزام شناختی								مفهوم	
	ریاضی‌ورزی		رویه‌ای با اتصالات		رویه‌ای بدون اتصالات		یادآوری			
	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد		
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	آزمایش تصادفی
۱۵	۶	۰	۰	۱۱/۱	۱	۲۶/۳	۵	۰	۰	فضای نمونه
۵	۲	۰	۰	۰	۰	۱۰/۵	۲	۰	۰	احتمال وقوع
۳۰	۱۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۲	مقایسه احتمال
۵۰	۲۰	۰	۰	۸۸/۹	۸	۶۳/۲	۱۲	۰	۰	عادلانه بودن
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	مجموع
۱۰۰	۴۰	۰	۰	۲۲/۵	۹	۴۷/۵	۱۹	۳۰	۱۲	

(۷۰٪ درصد) در دو سطح رویه‌ای بدون اتصالات و رویه‌ای با اتصالات قرار دارند ولی هیچ‌یک در سطح ریاضی‌ورزی طراحی نشده است. در شکل ۱ از تکالیف احتمالاتی کتاب ریاضی پایه دوم با سه سطح استلزام شناختی مختلف، یک مثال ارائه شده است.

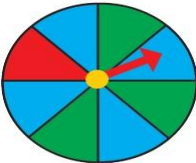
طبق جدول ۴، در بخش احتمال کتاب درسی ریاضی پایه دوم ابتدایی، دقیقاً نیمی از تکالیف به مفهوم مقایسه احتمال پرداخته است و سایر تکالیف نیز نیمه دیگر مفاهیم را پوشش داده است. البته عادلانه بودن در کتاب پایه دوم اصلاً مطرح نشده است. همچنین، از حیث سطح استلزام شناختی، این تکالیف بیشتر

صفحه ۱۲۰ (مفهوم احتمال وقوع پیشامد، سطح یادآوری)

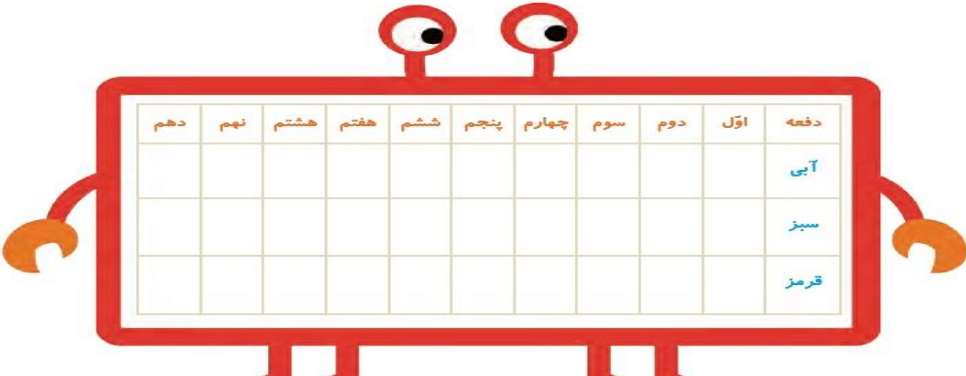
۲- در یک کیسه ۱۰ مهره است. ۶ تا از آن‌ها قرمز و ۴ تای دیگر سفید است. جملات زیر را در مورد آن‌ها کامل کنید.

_____ مهره از _____ مهره، سفید است.
_____ مهره از _____ مهره، قرمز است.

صفحه ۱۲۱ (مفهوم آزمایش تصادفی، سطح رویه‌ای بدون اتصالات)



۲- یک صفحه‌ی چرخنده مثل شکل بالا با مقوا و سوزن درست کنید. آن را ۱۰ مرتبه بچرخانید و جدول زیر را کامل کنید.



صفحه ۱۱۹ (مفهوم مقایسه احتمال، سطح رویه‌ای با اتصالات)

۲- در داخل کیسه ۵ مهره‌ی قرمز و ۵ مهره‌ی آبی انداخته‌ایم. اگر از داخل کیسه بدون نگاه کردن یک مهره بیرون بیاوریم، شانس کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟

شکل ۱: یک نمونه از تکالیف یادآوری، رویه‌ای بدون اتصالات و رویه‌ای با اتصالات از کتاب درسی ریاضی پایه دوم

بخش احتمال کتاب ریاضی سوم در کل شامل ۲۸ تکلیف احتمالاتی است. نتایج تحلیل این کتاب در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵: سطوح استلزام شناختی تکالیف بخش احتمال کتاب درسی ریاضی پایه سوم ابتدایی

مجموع	سطوح استلزام شناختی									مفهوم
	ریاضی‌ورزی		رویه‌ای با اتصالات		رویه‌ای بدون اتصالات		یادآوری		مجموع	
	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی		
۱۴/۳	۴	۰	۰	۰	۰	۱۸/۲	۴	۰	۰	آزمایش تصادفی
۱۰/۷	۳	۰	۰	۵۰	۱	۹/۱	۲	۰	۰	فضای نمونه
۷۱/۴	۲۰	۰	۰	۰	۰	۷۲/۷	۱۶	۱۰۰	۴	احتمال وقوع
۳/۶	۱	۰	۰	۵۰	۱	۰	۰	۰	۰	مقایسه احتمال
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	عادلان بودن
۱۰۰	۲۸	۰	۰	۷/۱	۲	۷۸/۶	۲۲	۱۴/۳	۴	مجموع

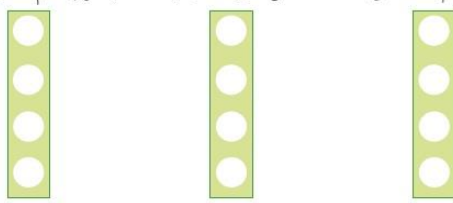
بخش احتمال کتاب مذکور اغلب (حدود ۷۹ درصد) در سطح رویه‌ای بدون اتصالات طراحی شده‌اند و در دو سطح رویه‌ای با اتصالات و ریاضی‌ورزی کمتر از ۱۰ درصد تکالیف قرار می‌گیرند. نمونه‌هایی از این تکالیف در شکل ۲ قابل ملاحظه است.

چنانچه در جدول ۵ آمده است، اکثر (حدود ۷۱ درصد) تکالیف بخش احتمال در کتاب درسی ریاضی پایه سوم به مفهوم احتمال وقوع یک پیشامد اختصاص یافته است و سایر مفاهیم در کمتر از یک سوم از تکالیف دیده می‌شود. در پایه سوم هم به مفهوم عادلانه بودن اشاره‌ای نشده است. از طرفی، تکالیف

صفحه ۱۲۳ (مفهوم احتمال وقوع پیشامد، سطح یادآوری)


۱- برای هر جمله یکی از حالت‌ها را انتخاب کنید.

به طور حتم اتفاق می‌افتد احتمال دارد اتفاق بیفتد به طور حتم اتفاق نمی‌افتد



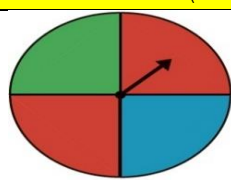
- درخت حرکت کند و راه برود.
- بعد از فصل پاییز فصل زمستان بیاید.
- در تابستان باران بیاید.
- اگر سیب را رها کنی، روی زمین بیفتد.

صفحه ۱۲۱ (مفهوم فضای نمونه، سطح رویه‌ای بدون اتصالات)



۲- یک سکه را بالا می‌اندازیم. چند حالت برای آن اتفاق می‌افتد؟

صفحه ۱۲۱ (مفهوم مقایسه احتمال، سطح رویه‌ای با اتصالات)



۱- چرخنده‌ی روبه‌رو را می‌چرخانیم تا عقربه‌ی آن روی یک رنگ بایستد؛ رنگ را یادداشت می‌کنیم.

شانس کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟

شکل ۲: یک نمونه از تکالیف یادآوری، رویه‌ای بدون اتصالات و رویه‌ای با اتصالات از کتاب درسی ریاضی پایه سوم

ریاضی پایه چهارم، ۴۵ تکلیف مورد تحلیل قرار گرفت که نتایج آن در جدول ۶ ارائه شده است.

بخش احتمال در کتاب ریاضی پایه چهارم بیشترین تکالیف احتمالاتی را نسبت به سایر کتب دوره ابتدایی داراست. از کتاب

جدول ۶: سطوح استلزام شناختی تکالیف بخش احتمال کتاب درسی ریاضی پایه چهارم ابتدایی

مجموع	سطوح استلزام شناختی								مفهوم	
	ریاضی‌ورزی		رویه‌ای با اتصالات		رویه‌ای بدون اتصالات		یادآوری			
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	
۶/۷	۳	۰	۰	۳/۹	۱	۱۶/۷	۲	۰	۰	آزمایش تصادفی
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	فضای نمونه
۶۸/۹	۳۱	۰	۰	۶۹/۲	۱۸	۷۵	۹	۵۷/۱	۴	احتمال وقوع
۲۴/۴	۱۱	۰	۰	۲۶/۹	۷	۸/۳	۱	۴۲/۹	۳	مقایسه احتمال
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	عادلانه بودن
۱۰۰	۴۵	۰	۰	۵۷/۸	۲۶	۲۶/۷	۱۲	۱۵/۵	۷	مجموع

همان‌طور که در جدول ۷ قابل ملاحظه است، تکالیف بخش احتمال در کتاب درسی ریاضی پایه پنجم نیز غالباً به دو مفهوم احتمال وقوع پیشامد و مقایسه احتمال اختصاص یافته است. با این تفاوت که برای اولین بار مفهوم عادلانه بودن در این پایه معرفی شده و مورد بررسی قرار گرفته است. مفهوم فضای نمونه

هم در هیچ تکلیفی ارائه نشده است. علاوه بر این، اکثر (۹۴/۲ درصد) تکالیف کتاب مذکور نیز مانند پایه چهارم در دو سطح میانی چارچوب Stein & Smith (1998) قرار دارند و باز هم تکالیفی در سطح ریاضی‌ورزی طراحی نشده است. سه تکلیف از کتاب ریاضی پایه پنجم در شکل ۴ ارائه شده است.

صفحه ۱۳۷ (مفهوم مقایسه احتمال، سطح یادآوری)

۱- مسعود و دوستانش مشغول بازی بودند. مسعود در طول بازی، نتیجه‌ی انداختن تاس‌ها را یادداشت می‌کرد. خلاصه‌ی یادداشت‌های مسعود در جدول آمده است.

عدد روی تاس						
تعداد مشاهدات	۳	۷	۱	۴	۸	۷

(ب چه عددی بیشتر از بقیه مشاهده شده است؟)

صفحه ۱۳۶ (مفهوم عادلانه بودن، سطح رویه‌ای بدون اتصالات)

۱- بازی‌های عادلانه را با علامت ✓ مشخص کنید و در بازی‌های ناعادلانه، بنویسید که احتمال بردن کدام بازیکن بیشتر است.

الف) سکه را می‌اندازیم؛ اگر رو آمد، بازیکن اول برنده است و در غیر این صورت، بازیکن دوم. _____

ب) تاس می‌اندازیم؛ اگر ۱، ۲، ۳ یا ۴ آمد، بازیکن اول برنده است و در غیر این صورت، بازیکن دوم. _____

صفحه ۱۳۹ (مفهوم احتمال وقوع پیشامد، سطح رویه‌ای با اتصالات)

۸- پنج تپله‌ی سفید و پنج تپله‌ی نارنجی داریم. می‌خواهیم چهار تا از این تپله‌ها را داخل یک کیسه بریزیم و بدون نگاه کردن به رنگ تپله‌ها، یکی از آنها را از کیسه بیرون بیاوریم.

در هر حالت، بنویسید که چند تپله‌ی سفید و چند تپله‌ی نارنجی در کیسه بریزیم تا تپله‌ای که بیرون می‌آوریم: _____

الف) حتماً سفید باشد. _____

شکل ۴. یک نمونه از تکالیف یادآوری، رویه‌ای بدون اتصالات و رویه‌ای با اتصالات از کتاب درسی ریاضی پایه پنجم

در بین کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی کتاب پایه ششم کمتر از سایر کتب به احتمال پرداخته است. به طوری که اصلاً شامل فصل مجزای آمار و احتمال نیست و فقط در درس «کاربرد درصد در آمار و احتمال» از فصل «تناسب و درصد»، ۵

تکلیف مرتبط با احتمال مطرح شده که برخی از آنها شامل بیش از یک قسمت است. در مجموع کتاب درسی ریاضی پایه ششم از ۹ تکلیف احتمالاتی تشکیل شده است (جدول ۸).

جدول ۸. سطوح استلزام شناختی تکالیف بخش احتمال کتاب درسی ریاضی پایه ششم ابتدایی

مجموع	سطوح استلزام شناختی								مفهوم	
	ریاضی‌ورزی		رویه‌ای با اتصالات		رویه‌ای بدون اتصالات		یادآوری			
	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی		
آزمایش تصادفی	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	آزمایش تصادفی
فضای نمونه	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	فضای نمونه
احتمال وقوع	۷۷/۸	۷	۰	۰	۰	۱۰۰	۷	۰	۰	احتمال وقوع
مقایسه احتمال	۲۲/۲	۲	۰	۰	۱۰۰	۲	۰	۰	۰	مقایسه احتمال
عادلانه بودن	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	عادلانه بودن
مجموع	۱۰۰	۹	۰	۰	۲۲/۲	۲	۷۷/۸	۷	۰	مجموع

است. از حیث سطوح استلزام شناختی نیز این تکالیف در سطوح رویه‌ای بدون اتصالات و رویه‌ای با اتصالات قرار دارند. نمونه‌ای از این تکالیف در شکل ۵ قابل ملاحظه است.

طبق جدول ۸، محدود تکالیف مرتبط با احتمال در کتاب درسی ریاضی پایه ششم به بررسی مفاهیم احتمال وقوع پیشامد و مقایسه احتمال پرداخته‌اند و سایر مفاهیم مدنظر مؤلفین نبوده

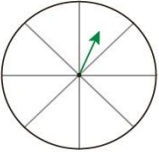
صفحه ۱۲۷ (مفهوم احتمال وقوع پیشامد، سطح رویه‌ای بدون اتصالات)

(ب) در جدول زیر احتمال رخ دادن هر اتفاق را روی نوار مربوط به آن علامت بزنید.

احتمال بیشتر از نصف	احتمال برابر نصف	احتمال کمتر از نصف
✓		

در پرتاب سکه، رو بیاید.
در پرتاب تاس، ۲ بیاید.
در پرتاب تاس، ۲ نیاید.

صفحه ۱۲۷ (مفهوم مقایسه احتمال، سطح رویه‌ای با اتصالات)



۱- چرخنده‌ی رویه‌رو را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید برابر با احتمال ایستادن عقربه روی رنگی غیر از سفید باشد.

شکل ۵: یک نمونه از تکالیف رویه‌ای بدون اتصالات و رویه‌ای با اتصالات از کتاب درسی ریاضی پایه ششم

ادامه، نتایج تحلیل پنج کتاب درسی ریاضی پایه دوم تا ششم، ادغام شده و در جدول ۹ قابل ملاحظه و بررسی است.

از آنجا که هدف پژوهش حاضر تحلیل همه کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی بر حسب مفاهیم احتمالاتی آموزش داده شده و نیز سطوح استلزام شناختی تکالیف شامل این مفاهیم است، در

جدول ۹: سطوح استلزام شناختی تکالیف بخش احتمال کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی

مجموع		مفهوم	سطوح استلزام شناختی
درصد	فراوانی		
۰	۰	آزمایش تصادفی	یادآوری
۰	۰	فضای نمونه	
۸۰	۲۰	احتمال وقوع پیشامد	
۲۰	۵	مقایسه احتمال	
۰	۰	عادلانه بودن	
۱۶	۲۵	مجموع سطح یادآوری	
۱۷/۱	۱۳	آزمایش تصادفی	رویه‌ای بدون اتصالات
۵/۳	۴	فضای نمونه	
۵۲/۶	۴۰	احتمال وقوع پیشامد	
۱۹/۷	۱۵	مقایسه احتمال	
۵/۳	۴	عادلانه بودن	
۴۸/۷	۷۶	مجموع سطح رویه‌ای بدون اتصالات	
۳/۶۵	۲	آزمایش تصادفی	رویه‌ای با اتصالات
۱/۸	۱	فضای نمونه	
۴۹/۱	۲۷	احتمال وقوع پیشامد	
۴۱/۸	۲۳	مقایسه احتمال	
۳/۶۵	۲	عادلانه بودن	

مجموع		مفهوم	سطوح استلزام شناختی
درصد	فراوانی		
۳۵/۳	۵۵	مجموع سطح رویه‌ای با اتصالات	
۰	۰	آزمایش تصادفی	ریاضی‌ورزی
۰	۰	فضای نمونه	
۰	۰	احتمال وقوع پیشامد	
۰	۰	مقایسه احتمال	
۰	۰	عادلانه بودن	
۰	۰	مجموع سطح ریاضی‌ورزی	
۱۰۰	۱۵۶	مجموع کلی	

احتمال کتب درسی ایالات متحده و اندونزی، اکثر تکالیف در سطوح پایین استلزام شناختی طراحی شده‌اند. همچنین، تنها ۳۵/۳ درصد از تکالیف بخش احتمال در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی ایران در سطح رویه‌ای با اتصالات طراحی شده‌اند. در نهایت، نتایج تحلیل محتوا نشان داد که هیچ تکلیف احتمالاتی در کتب مذکور در بالاترین سطح یعنی ریاضی‌ورزی؛ طراحی نشده است. نتایج تحلیل داده‌ها در این مطالعه با نتایج پژوهش طیبی و همکاران (۱۴۰۰)، تطابق نداشت. آنها در مطالعه خود سطوح استلزام شناختی تکالیف ریاضی فصل کسر از کتاب درسی ریاضی پایه ششم را تحلیل کردند و به این نتیجه رسیدند که بیش از نصف تکالیف مذکور در دو سطح بالای استلزام شناختی قرار دارد.

در تبیین نتایج به دست آمده از این مطالعه باید چند نکته را مد نظر داشت. اولین نکته، هدف کلی قصد شده مؤلفین از آموزش احتمال در دوره ابتدایی و نیز هدف قصد شده از آموزش هر یک از مفاهیم احتمالاتی در هر کتاب درسی است. بررسی کتاب راهنمای تدریس ریاضی پایه پنجم حاکی از آن است که در کل دوره ابتدایی رویکرد تجربی و ذهنی احتمال مدنظر مؤلفین بوده است و احتمال کلاسیک را به دوره متوسطه اول موکول کرده‌اند (ص. ۱۸۸). این برنامه‌ریزی سبب شده که بیشتر تکالیف این دوره با محوریت تجربه آزمایش‌ها و بازی‌های شانسی طراحی شود و محاسبه احتمال پیشامدها نیز به صورت کیفی و با استفاده واژگان پیوستار احتمال (به احتمال کمتر/ بیشتر/ برابر)، انجام شود. این موضوع می‌تواند یکی از دلایلی باشد که سبب شده مؤلفین کمتر به تکالیف در سطح ریاضی‌ورزی بپردازند؛ چرا که به‌زعم آنها یادگیری رویکردهای چندگانه احتمال در دوره متوسطه کامل می‌شود و شاید بهتر دانسته‌اند پس از این فرایند، تکالیفی در سطح ریاضی‌ورزی به دانش‌آموزان ارائه شود و به طراحی تکالیفی در سطوح پایین‌تر استلزام شناختی در دوره ابتدایی بسنده کنند. دومین نکته که باید به آن توجه کرد آن

طبق جدول ۹، تقریباً نیمی از تکالیف بخش احتمال در کتب درسی ریاضی ابتدایی کشورمان در سطح رویه‌ای بدون اتصالات قرار دارند. بعد از آن، تکالیف رویه‌ای با اتصالات با ۵۵ مورد (حدود ۳۵ درصد) بیشترین فراوانی تکالیف را به خود اختصاص داده‌اند. همچنین، هیچ یک از تکالیف در سطح ریاضی‌ورزی طراحی نشده‌اند. در نهایت، ۱۶ درصد تکالیف احتمالاتی نیز در پایین‌ترین سطح از استلزام شناختی قرار گرفتند.

بحث و نتیجه‌گیری

این مطالعه با دو هدف کلی انجام شد. اول، تعیین مفاهیم احتمالاتی آموزش داده شده در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی؛ دوم، بررسی و تعیین سطوح استلزام شناختی تکالیفی که برای این مفاهیم توسط مؤلفین طراحی شده‌اند. در خصوص هدف اول پژوهش، نتایج بررسی کتب درسی مذکور نشان داد که بخش احتمال آنها در مجموع به پنج مفهوم احتمالاتی پرداخته است. این مفاهیم، آزمایش تصادفی، فضای نمونه، احتمال وقوع پیشامد، مقایسه احتمال و عادلانه بودن هستند. این مفاهیم جزو مفاهیم بنیادین احتمال محسوب می‌شود و در کتاب‌ها و پژوهش‌های مختلف، به صورت جداگانه و بعضاً یکجا، به آنها پرداخته شده است (Watson & Moritz, 2003; Jones et al, 1997; Nunes & et al, 2014; Tsakiridou & Vavyla, 1997; Gea & et al, 2023; Supply et al, 2020; 2015).

در خصوص هدف دوم پژوهش، تحلیل تکالیف احتمالاتی کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی (دوم تا ششم)، حاکی از سطح پایین استلزام شناختی تکالیف احتمالاتی در کتب مذکور است. نتایج این بررسی مشخص کرد که بیش از ۶۴ درصد از تکالیف این پنج کتاب در سطوح پایین استلزام شناختی طراحی شده‌اند که ۱۶ درصد از آنها در سطح یادآوری و ۴۸/۷ درصد آن در سطح دوم یعنی رویه‌ای بدون اتصالات است. این نتایج مشابه نتایج مطالعات Jones & Tarr (2007) و Sianturi (2019) و Yang & است؛ این مطالعات نشان دادند به ترتیب در بخش

تعارض منافع

نویسندگان این مطالعه هیچ گونه تعارض منافی در انجام و نگارش آن ندارند.

واژه نامه

1. Probability	۱. احتمال
2. The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)	۲. شورای ملی معلمان ریاضی
3. Representational forms	۳. اشکال بازنمایی،
4. cognitive demand levels	۴. سطوح استلزام شناختی، آن
5. contextual features	۵. ویژگی‌های زمینه‌ای
6. organization of topics	۶ سازمان‌دهی موضوعات
7. its uniqueness	۷. منحصر به فرد بودن
8. Equidistribution	۸. هم‌توزیعی
9. Equiprobable	۹. هم‌احتمال
10. Independence and dependence of events as well as conditional probability	۱۰. استقلال و وابستگی پیشامدها و نیز احتمال شرطی
11. Compound experiment, its sample space, conditional and compound probability	۱۱. آزمایش مرکب، فضای نمونه آن، احتمال شرطی و مرکب
12. Random variable, mathematical expectation, and distribution of the random variable	۱۲. متغیر تصادفی، امید ریاضی و توزیع متغیر تصادفی
13. Convergence and law of large numbers	۱۳. همگرایی و قانون اعداد بزرگ
14. A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers	۱۴. رویکرد حل مسئله در ریاضیات برای معلمان مدارس ابتدایی
15. Mathematical Reasoning for Elementary Teachers	۱۵. استدلال ریاضی برای معلمان ابتدایی
16. Mathematics for elementary teachers: A conceptual approach	۱۶. ریاضیات برای معلمان ابتدایی: رویکرد مفهومی
17. The International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)	۱۷. مجموعه مقالات کمیسیون بین‌المللی آموزش ریاضی
18 Memorization, procedures without connections, procedures with connections, and doing mathematics	۱۸. یادآوری، رویه‌ای بدون اتصالات، رویه‌ای با اتصالات و ریاضی‌ورزی
19. New Math, Back to Basics, Problem Solving, and Standards	۱۹. ریاضی جدید، بازگشت به اصول، حل مسئله و استانداردها
20. Popular and alternative	۲۰. یکی رایج و دیگری جایگزین
21. The explanation tasks	۲۱. تکالیف توضیحی
22. The assessment tasks	۲۲. تکالیف ارزشیابی

است که استفاده از انواع تکالیف از حیث سطوح استلزام شناختی سبب می‌شود طیف وسیعی از دانش‌آموزان با سطوح توانایی مختلف بتوانند در تکالیف درگیر شده و لذت انجام موفقیت‌آمیز آنها را تجربه کنند. از طرفی، باید اذعان داشت طراحی تکالیف غنی که دارای استلزام شناختی بالا باشد به دلیل سطح پایین رشد شناختی دانش‌آموزان دوره ابتدایی و تعداد اندک مفاهیم و قواعد ریاضی که دانش‌آموزان در این دوره می‌آموزند، کار دشواری است. با این همه بنظر می‌رسد مؤلفین محترم کتاب‌های درسی ریاضی در دوره ابتدایی می‌توانند با ایجاد تغییراتی در برخی تکالیف موجود در کتاب درسی، سطح استلزام شناختی آنها را بالا برده و یا با طراحی تکالیف جدیدی در سطوح رویه‌ای با اتصالات و به ویژه ریاضی‌ورزی، سبب رشد درک دانش‌آموزان از مفاهیم احتمالاتی شده و به آنها کمک نمایند ایده‌های اساسی احتمال را به صورت مفهومی یاد گیرند. به گفته (Jones & Tarr (2007) مطالب درسی که حاوی تکالیف احتمالاتی سطح بالاتر هستند، ظرفیت ارتقای استدلال احتمالاتی صحیح را دارند، برخی از شهودهای اولیه دانش‌آموزان در کلاس درس را به چالش می‌کشند و آنها را برای درک تغییرپذیری شانس و پدیده‌های تصادفی، که به ناچار در دنیای واقعی با آنها مواجه خواهند شد، آماده می‌کنند.

با توجه به بکر بودن پژوهش در زمینه احتمال مدرسه‌ای در کشورمان، تحقیقات گسترده‌تر در خصوص احتمال و آموزش احتمال یک ضرورت است و موضوعات بسیاری در این زمینه وجود دارد که می‌توان و باید در مورد آنها تحقیقات وسیع و بدیعی انجام داد. شاید یکی از مهم‌ترین و ضروری‌ترین آنها بررسی توانایی یا عدم توانایی دانش‌آموزان دوره ابتدایی برای فهم مفاهیم احتمالاتی اساسی، طی یک مطالعه دقیق با نمونه نسبتاً بزرگ باشد. مقایسه عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت‌های احتمالاتی، زمانی که آموزش‌های آنها شامل تکالیفی با استلزام شناختی بالا است در مقابل زمانی که تکالیف ارائه شده به آنها در سطوح پایین استلزام شناختی است، یکی دیگر از زمینه‌های پژوهشی مرتبط در حیطه آموزش احتمال است.

موازین اخلاقی

در این مطالعه اصول اخلاق در پژوهش، رعایت گردیده است

تشکر و قدردانی

پژوهشگران مراتب قدردانی خود را از مؤلفین کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی که در جمع آوری داده‌های این مطالعه، همکاری داشتند، اعلام می‌دارند.

- Students' Proportional Reasoning Level and Their Understanding of Fair Games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663-682.
- Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55, 153-166.
- He, S., & Chen, C. (2024). The Effects of Equiprobability Bias and Representativeness Heuristics on the Performance in Probability Comparison and Calculation Tasks Among Middle School Students in China. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-26.
- Hsu, H. Y., & Yao, C. Y. (2023). A Review of the Mathematical Tasks Framework and Levels of Cognitive Demand. *Research Studies on Learning and Teaching of Mathematics: Dedicated to Edward A. Silver*, 219-252.
- Jahanipour, R. (1998). possibility Fatemi Publishing House. Tehran.[Persian]
- Jones, D., & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4-27.
- Jones, G., Langrall, C., Thornton, C., & Mogill, A. (1997). A Framework for Assessing and Nurturing Young Children's Thinking in Probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 101-125
- Jones, K., & Pepin, B. (2016). Research on mathematics teachers as partners in task design. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 105-121.
- Langrall C.W. (2018) The Status of Probability in the Elementary and Lower Secondary School Mathematics Curriculum: The Rise and Fall of Probability in School Mathematics in the United States. In: Batanero C., Chernoff E. (eds) *Teaching and Learning Stochastics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Nunes, T., Bryant, P. E., Evans, D., Gottardis, L., & Terleksi, M. E. (2014). The cognitive demands of understanding the sample
- منابع فارسی**
- بهبودیان، جواد. (۱۳۹۰). آمار و احتمال مقدماتی. مشهد، دانشگاه امام رضا (ع).
- جهانی پور، روح الله. (۱۳۷۷). احتمال. مؤسسه انتشارات فاطمی. تهران.
- شورای عالی آموزش و پرورش، وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران (اسفند ۱۳۹۱).
- طیبی، مریم؛ ریحانی، ابراهیم و ایزدی، مهدی (۱۴۰۰). تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی بر اساس سطوح استلزام شناختی تکالیف. پژوهش در آموزش ریاضی. دوره ۲، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۰. ص ۱۲-۱.
- فهرست منابع**
- Antonetti, J.V., & Stice, T.A. (2018). *Powerful Task Design: Rigorous and Engaging Tasks to Level Up Instruction*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J. Lee, H., & Sánchez, E. (2016). Research on teaching and learning probability. ICME-13. Topical Survey series. New York: Springer.
- Behboodian, J. (2018). *Elementary statistics and probability*. Mashhad, Imam Reza University (AS).[Persian]
- Brnic, M., Greefrath, G., & Reinhold, F. (2024). Working with digital textbooks or printed materials: A study with boys and girls on conditional probability. *ZDM—Mathematics Education*, 1-14.
- Burgos, M., Batanero, C., & Godino, J. D. (2022). Algebraization Levels in the Study of Probability. *Mathematics*, 10(1), 1-16.
- Ekol, G., & Mlotshwa, S. (2022). Investigating the cognitive demand levels in probability and counting principles learning tasks from an online mathematics textbook. *Pythagoras*, 43(1), 1-8.
- Elbehary, S. (2023). Contextualizing Probability Tasks: The Case of the Egyptian School Curriculum. *International Journal on Emerging Mathematics Education (IJEME)*, 7(1).
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. 39-63.
- Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Relating

- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Supply, A. S., Van Dooren, W., Lem, S., & Onghena, P. (2020). Assessing young children's ability to compare probabilities. *Educational Studies in Mathematics*, 103(1), 27-42.
- Tabibi, M., Rihani, E., Izadi, M. (1400). Analysis of the content of the sixth grade math book based on the cognitive requirement levels of the assignments. *Research in mathematics education*. 2(3), 1-12. [Persian]
- Tsakiridou, H. y Vavyla, E. (2015). Probability concepts in primary school. *American Journal of Educational Research*, 3(4), 535-540.
- Watson, A., & Sullivan, P. (2008). Teachers learning about tasks and lessons. In *The Handbook of Mathematics Teacher Education*: 2, 107-134. Brill Sense.
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2003). Fairness of Dice: A Longitudinal Study of Students' Beliefs and Strategies for Making Judgments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(4), 270–304.
- Yang, D. C., & Sianturi, I. A. J. (2019). The earliest teaching and learning of probability in Singapore, the US, and Indonesia from the perspectives of textbooks analysis. *Irish Educational Studies*, 38(4), 535-559.
- space. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 46(3), 437–448.
- Özgeldi, M., & Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2277-2281.
- Parrish, C. W., & Bryd, K. O. (2022). Cognitively Demanding Tasks: Supporting Students and Teachers during Engagement and Implementation. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(1).
- Prediger, S., Erath, K., Quabeck, K., & Stahnke, R. (2024). Effects of interaction qualities beyond task quality: Disentangling instructional support and cognitive demands. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(4), 885-909.
- Renelle, A., Budgett, S., & Jones, R. (2022). A consideration of alternative sample spaces used in coin-toss problems. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(3), 617-630.
- Rezat, S., Fan, L., & Pepin, B. (2021). Mathematics textbooks and curriculum resources as instruments for change. *ZDM—Mathematics Education*, 53(6), 1189–1206
- Rodríguez-Alveal, F., Aguerrea, M., & Díaz-Levicoy, D. (2023). The Concept of Randomness in Chilean Primary School Textbooks. *Acta Scientiae*, 25(1), 1-27.
- Schoenfeld, A. H. (2018). Video analyses for research and professional development: The Teaching for Robust Understanding (TRU) framework. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 50, 491–506.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268-275.